

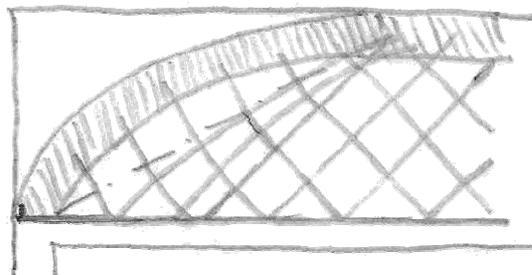


# STAHLBETONANALYSE 21

von Prof. Dr.-Ing. Richard Rojek

Teil 2:

## Tragverhalten mit Stegbewehrung - Grundfälle



Wissenschaftlicher Mitarbeiter:

Dipl.-Ing. (FH) Tobias Keller

## VORWORT

Zu Beginn des neuen Jahrtausends wurde in Deutschland eine neue Generation von Bemessungsregeln für Stahlbetontragwerke eingeführt (DIN 1045-1 [0.1]), die in manchen Teilbereichen gegenüber den noch keine zehn Jahre alten Regeln des Eurocodes 2 [0.2] bereits wieder ganz erheblich fort geschrieben wurden. Zwischenzeitlich wurde der Eurocode 2 seinerseits ebenfalls wieder fortgeschrieben [0.3] und auch die nächste Fortschreibung der DIN 1045-1 steht im Jahr 2008 vor ihrer bauaufsichtlichen Einführung.

Trotz dieser derzeit sehr kurzfristig ablaufenden Fortschreibungen gelten dennoch verschiedene Aspekte, wie insbesondere die so genannte Schubbemessung - neuerdings als Querkraftbemessung bezeichnet - als noch nicht ausreichend erforscht. Man ist zwar in der Lage, das Tragverhalten gut vorher zu bestimmen mit Regeln, die an zahlreichen Versuchen empirisch justiert wurden; diese beschreiben jedoch nicht direkt die tatsächlichen physikalischen Zusammenhänge.

Dies konnte sehr anschaulich mit den Ergebnissen im Teil 1 der *Stahlbetonanalyse 21* für Tragwerke ohne Stegbewehrung mit folgendem Beispiel aufgezeigt werden: Die empirisch entwickelten Ansätze für Bemessungsregeln gehen von einer proportional zur statischen Nutzhöhe ansteigenden Tragfähigkeit aus; da die Versuche aber zeigen, dass dies nicht zutrifft, wird dieser fehlerhafte Ansatz mit einem zusätzlichen Korrekturfaktor („Maßstabsfaktor“) wieder richtig gestellt. Wie gezeigt werden konnte, hat tatsächlich die statische Nutzhöhe keinen Einfluss auf die maßgebende Grenztragfähigkeit.

Die Unzulänglichkeit der empirisch entwickelten Ansätze zeigt sich weiterhin gleichfalls sehr anschaulich bei der Bemessung von Bauteilen mit Stegbewehrung, bei der die Richtung der Stegdruckstreben frei gewählt werden kann; es stellt sich dabei - diese sanfte Ironie sei erlaubt - die Frage, woher die ausgeführten Bauteile wissen sollen, welche Druckstrebenrichtung ihnen rechnerisch zugeordnet wurde.

Diese Situation mit lediglich empirisch gesicherter Bemessung wird zu Recht als unbefriedigend empfunden und auch in der aktuellen Fachliteratur entsprechend kommentiert. So schreiben *König* und *Zink* in ihrem Aufsatz [0.4] im November 1999: „Trotz umfangreicher Forschungsarbeiten basieren auch die neueren Bemessungsansätze noch immer rein auf empirisch ermittelten Zusammenhängen.“ Seither sind außerhalb der vorliegenden *Stahlbetonanalyse 21* keine Erkenntnisse über das tatsächliche Tragverhalten bekannt geworden.

Nachdem in dem sehr umfangreichen Teil 1 der *Stahlbetonanalyse 21* aus dokumentierten Rissbildern zahlreicher Stahlbeton-Versuchskörper ohne Stegbewehrung die wirklichen Tragmechanismen für alle in der Praxis relevanten Lastarten - insbesondere auch verschiedenste Anordnungen von Einzellasten - abgeleitet werden konnten, wurden die Untersuchungen im vorliegenden Teil 2 der *Stahlbetonanalyse 21* auf die wichtigsten Grundfälle der Stahlbetontragwerke mit Stegbewehrung beschränkt. Es hatte sich gezeigt, dass die Untersuchung von derart vielen Fällen zu einem solch umfangreichen Werk führt, dass es für viele Leser schwierig ist, die notwendige Zeit für die Aufnahme der vielen meist völlig neuartigen Erkenntnisse aufzubringen. Die im vorliegenden Bericht nicht erfassten D-Bereiche und Lastarten sollen deshalb in einem eigenen, noch folgenden Teil behandelt werden.

Aus der vorliegenden Bearbeitung der wichtigsten Grundfälle des Stegtragverhaltens von Stahlbetontragwerken mit Stegbewehrung ergab sich ein für die Praxis sehr interessanter Aspekt, der gleichfalls zur Folge hat, dass die im ersten Teil geplante Gliederung der vorgesehenen Untersuchungen erweitert werden muss: Die durchgeführten Analysen führen nämlich zu dem logischen Schluss, dass zumindest in den Biegebereichen achsparallele

Stegbewehrung gleichwertig ist mit Bügelbewehrung, wenn nicht sogar mit deutlich besserem Tragverhalten. Auf jeden Fall würde diese innovative Bewehrungsführung geringere Bewehrungsmengen erfordern und wäre auf den Baustellen sicherer und schneller und damit auch wirtschaftlicher zu verlegen als die herkömmlichen Bügel.

Es ist deshalb nun mehr geplant, die vorgesehenen Untersuchungen in insgesamt neun Teilen durchzuführen:

- Teil 1: Tragverhalten ohne Stegbewehrung ✓
- Teil 2: Tragverhalten mit Stegbewehrung - Grundfälle ✓
- Teil 3: Tragverhalten vorgespannter Bauteile
- Teil 4: Versuche ohne Stegbewehrung
- Teil 5: Versuche mit herkömmlicher Stegbewehrung
- Teil 6: Versuche mit achsparalleler Stegbewehrung
- Teil 7: Versuche mit vorgespannten Bauteilen
- Teil 8: Tragverhalten mit Stegbewehrung - Sonderfälle
- Teil 9: Zusammenfassung mit Bemessungsvorschlägen.

In bewährter Weise war Herr Dipl.-Ing. (FH) Tobias Keller mit seinem vorbildlichen Engagement auch bei der Erarbeitung der hier vorgestellten Untersuchungsergebnisse wiederum eine sehr wertvolle Unterstützung; hierfür ganz herzlichen Dank.

Augsburg, im Dezember 2008

*E. Kolb*



# I N H A L T

	Seite
<b>1. Einleitung</b> .....	7
<b>2. Mögliche Stegbewehrungsformen</b> .....	10
2.1 Aufbiegungen .....	10
2.2 Bügel mit großen Abständen .....	12
2.3 Bügel mit kleinen Abständen .....	13
2.4 Doppelkopfkanker .....	16
2.5 Bewehrung mit hochfestem Verbund .....	17
2.6 Sonstige Stegbewehrungsformen .....	19
2.7 Schlussfolgerungen .....	21
<b>3. Biegebereiche</b> .....	22
3.1 Beispielhafte Rissbilder für Biegebereiche .....	23
3.2 Das anisotrope Stegtragverhalten im Zustand II .....	25
3.3 Druck- und Zugspannungsfelder im anisotropen Stegbereich .....	27
3.4 Stegbemessung auf Zug .....	28
3.5 Stegbemessung auf Druck .....	30
<b>4. Frei drehbare Endauflagerbereiche</b> .....	34
4.1 Ausgangssituation: $D_e$ -Bereiche ohne Stegbewehrung .....	34
4.2 Der Spannungsverlauf im unmittelbaren Auflagerbereich .....	37
4.3 Übergangszone zwischen Biege- und $D_{eR}$ -Bereich .....	39
4.4 Bemessung der $D_{eR}$ -Bereiche auf Zug .....	42
4.5 Bemessung der $D_{eR}$ -Bereiche auf Druck .....	45
4.6 Indirekte Lagerungen an Tragwerksenden .....	46
<b>5. Innen angreifende Einzellasten (Innenaufleger)</b> .....	48
5.1 Ausgangssituation: $D_i$ -Bereiche im Zustand I .....	48
5.2 Beispielhafte Rissbilder von $D_{iR}$ -Bereichen .....	49
5.3 Der Spannungsverlauf im unmittelbaren Krafteinleitungsbereich .....	52
5.4 Übergangszone zwischen Biege- und $D_{iR}$ -Bereichen .....	54
5.5 Bemessung der $D_{iR}$ -Bereiche auf Zug .....	56
5.6 Bemessung der $D_{iR}$ -Bereiche auf Druck .....	57
5.7 Innen liegende indirekte Lagerungen .....	59

<b>6. Momentennullpunkte</b> .....	61
6.1 Ausgangssituation: $D_0$ -Bereiche ohne Stegbewehrung .....	61
6.2 Beispielhafte Rissbilder von $D_{0R}$ -Bereichen .....	63
6.3 Der Spannungsverlauf in den $D_{0R}$ -Bereichen .....	65
6.4 Übergangszone zwischen Biege- und $D_{0R}$ -Bereich .....	67
6.5 Bemessung der $D_{0R}$ -Bereiche auf Zug .....	69
6.6 Bemessung der $D_{0R}$ -Bereiche auf Druck .....	71
<b>7. Tragwerke mit achsparalleler Stegbewehrung</b> .....	72
<b>8. Vergleich mit anderen Forschungsarbeiten</b> .....	79
<b>9. Zusammenfassung</b> .....	84
<b>Literatur</b> .....	87
<b>Bezeichnungen</b> .....	91
<b>Anlagen</b> .....	103
A.1 Beispiele für Rissverläufe in Biegebereichen .....	103
A.2 Beispiele für Rissverläufe in $D_{eR}$ -Bereichen .....	105
A.3 Beispiele für Rissverläufe in der Übergangszone von $D_{eR}$ - zu Biegebereichen ....	123
A.4 Beispiele für Rissverläufe in $D_{iR}$ -Bereichen .....	140
A.5 Beispiele für Rissverläufe bei innen liegenden indirekten Lagerungen .....	144
A.6 Beispiele für Rissverläufe bei Momentennullpunkten .....	145
<b>Impressum</b> .....	149

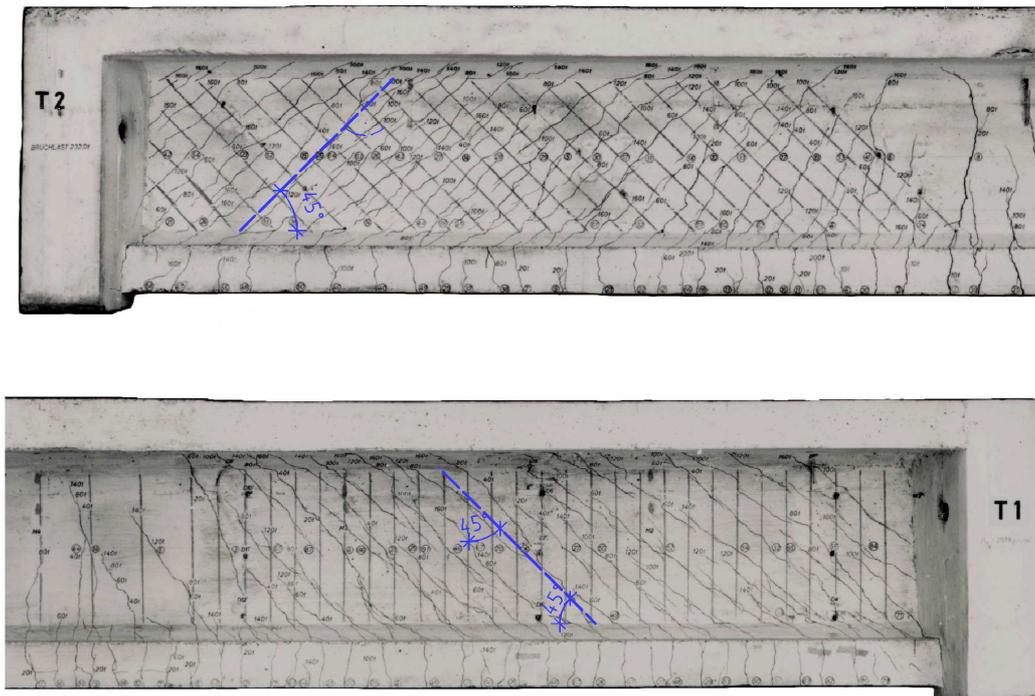
## 1. EINLEITUNG

Zu den wesentlichen Faktoren, die sowohl bei Forschern als auch bei praktisch tätigen Ingenieuren Faszination für den Stahlbetonbau auslösen, gehört die Tatsache, dass es sich hier im wahrsten Sinne des Wortes um eine *gerissene Bauweise* handelt: Bei guter Druckfestigkeit weist der Beton nur eine geringe Zugfestigkeit auf, was bereits bei geringen Dehnungen zu Rissen führt. Die Kunst der Stahlbetonbemessung besteht nun darin, die daraus resultierenden Schwachstellen zu erkennen und durch eingelegte Bewehrung möglichst wirtschaftlich zu überbrücken. Allerdings gibt es bis heute kein Berechnungsmodell, das für die Stegbereiche biegebeanspruchter Bauteile einen mit den Rissbildern im Einklang stehenden und daher physikalisch widerspruchsfrei begründeten Kraftfluss beschreibt.

Der aktuelle Stand der Wissenschaft bezüglich des Stegtragverhaltens ist u. a. in [1.1] wieder gegeben. Die Grundlage bildet demnach immer noch das von *Mörsch* vor über hundert Jahren entwickelte Fachwerkmodell [1.2], das von unter  $45^\circ$  geneigten Druckdiagonalen und von Zugstreben in Richtung der Stegbewehrung ausgeht. Nachdem jedoch in vielen einschlägigen Versuchen festgestellt wurde, dass die gemessenen Beanspruchungen in den Stegen deutlich geringer sind als nach diesem Modell, unterstellt man zusätzlich eine dem beschriebenen Fachwerk überlagerte „Betontragwirkung“, die ihrerseits wiederum aus mehreren Komponenten bestehen kann.

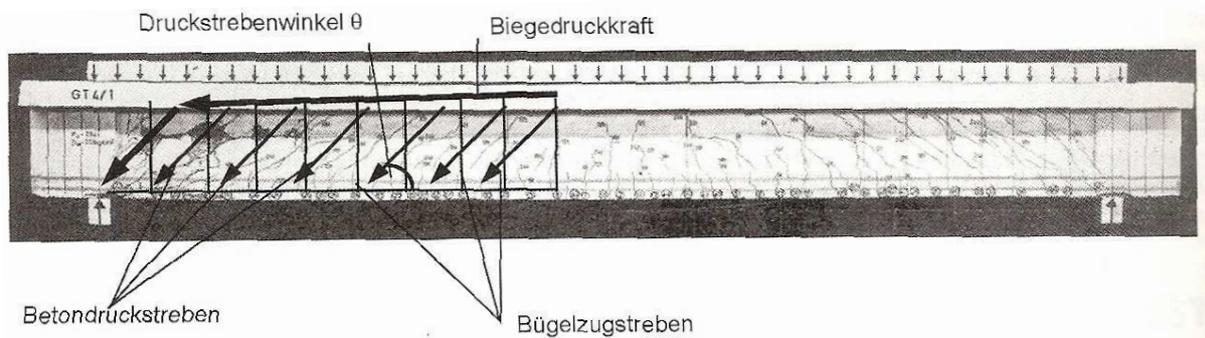
So gut wie keine Beachtung fand bisher in der Fachliteratur die Tatsache, dass das *Mörsch'sche* Fachwerkmodell zumindest in folgendem Punkt erkennbar im Widerspruch steht zu den realen Konstruktionen: Die von *Mörsch* vereinfachend unterstellten Zugstreben in Richtung der Stegbewehrung können nämlich nur dann als zwingend vorausgesetzt werden, wenn zwischen Bewehrung und Beton im Stegbereich keinerlei direkter Kontakt besteht; die Bewehrung müsste also beispielsweise in unverfüllten Hüllrohren geführt werden - andernfalls können die im Vergleich zu den Rissbreiten sehr dicken Bewehrungsstäbe auch Kräfte quer zur Stabachse übertragen. Weiterhin müssten bei Zugstreben in Richtung der Stegbewehrung stets Risse rechtwinklig zur Stegbewehrung auftreten. Dies ist aber insbesondere bei Stegbewehrungen, die rechtwinklig zur Tragwerksachse angeordnet sind, nicht der Fall. Ein sehr anschauliches Beispiel bilden dafür die Balken T 1 und T 2, die von Leonhardt und Walther in [1.3] vorgestellt wurden: Wie die im *Bild 1.1* wiedergegebenen Rissbilder zeigen, verlaufen die Risse in den Stegbereichen in beiden Fällen etwa unter  $45^\circ$  geneigt und somit einmal rechtwinklig zur Stegbewehrung (Balken T 2), im anderen Fall aber - Balken T 1 - mit einem abweichenden Winkel von  $45^\circ$ .

Bei genauerer Betrachtung der Rissbilder von Stahlbetontragwerken findet man noch weitere Hinweise dafür, dass das von *Mörsch* mit vereinfachenden Annahmen vorgeschlagene Fachwerk nicht in allen Belangen dem tatsächlichen Tragverhalten Rechnung tragen kann. Dies lässt sich sehr anschaulich mit Hilfe einer Darstellung aus [1.1] aufzeigen. Das dortige Bild 2, im Folgenden als *Bild 1.2* wieder gegeben, zeigt das Rissbild des in [1.4] vorgestellten Balkens GT 4/1 mit dem darüber gelegten *Mörsch'schen* Fachwerk.



**Bild 1.1:** Rissbilder der Balken T 1 und T 2 aus [1.3]

Das Augenmerk soll auf die Risse im rechten Auflagerbereich gelenkt und deren Richtungen mit dem in der linken Balkenhälfte dargestellten Fachwerk verglichen werden. Bei genauerer Betrachtung kann man feststellen, dass sich direkt über dem rechten Auflager Risse befinden, die gegenüber der Balkenachse eine Neigung von etwa  $60^\circ$  aufweisen. Unmittelbar vor dem Auflager beginnen Risse, die mit etwa  $30^\circ$  geneigt sind. Erst in einem gewissen Abstand zum Auflager nehmen dann die Risse die Richtung von  $45^\circ$  ein. Diese Gesetzmäßigkeiten können auch auf der linken Seite des Balkens festgestellt werden, obwohl hier das Rissbild nicht so gut zu erkennen ist wegen der durch Druckbruch entstandenen Fehlstellen und des darüber gezeichneten Fachwerks. Auch in zahlreichen anderen dokumentierten Rissbildern können die aufgezeigten Risscharakteristiken festgestellt werden.



**Bild 1.2:** Rissbild des Balkens GT 4/1 aus [1.4] mit idealisiertem Fachwerkmodell aus [1.1]

Da man bei dem von *Mörsch* vorgeschlagenen Fachwerk - wie im *Bild 1.2* dargestellt - auch im frei drehbar gelagerten Endbereich der Stahlbetontragwerke von unter  $45^\circ$  geneigten Druckdiagonalen ausgeht, kann es nicht im Einklang gebracht werden mit den in diesem Bereich auftretenden unter  $60^\circ$  bzw.  $30^\circ$  geneigten Rissen. Auch die zusätzlich in Anspruch genommenen „Betontragwirkungen“ gehen nicht konform mit den unter  $60^\circ$  geneigten Rissen.

Vor diesem Hintergrund besteht das Ziel des vorliegenden Forschungsvorhabens darin, das Tragverhalten von biegebeanspruchten Stahlbetonbauteilen in den Stegbereichen dergestalt analytisch zu erforschen, dass aus Rissbildern Tragsysteme abgeleitet werden, die zu den Rissbildern widerspruchsfrei sind. Der vorliegende *Teil 2* befasst sich mit Konstruktionen mit Stegbewehrung, wobei in diesem Teil die Untersuchungen auf Biegebereiche, zugehörige Auflagerbereiche und Momentennullpunktsbereiche beschränkt werden. Die bei der Einwirkung von Einzellasten entstehenden Tragwirkungen sollen später in einem gesondertem Teil der *Stahlbetonanalyse 21* untersucht werden. Ebenso werden im vorliegenden Teil nur Systeme betrachtet, die ausschließlich durch Biegung und Querkräfte beansprucht werden ohne zusätzliche, zentrisch wirkende Längskräfte. Deren Einfluss soll im *Teil 3* gesondert untersucht werden.

Als Grundlage der Untersuchungen dienen auch im vorliegenden Teil dokumentierte Versuche mit Stahlbetonbalken. Aus den Rissbildern werden Spannungszustände abgeleitet, wobei auch die lastabhängige Entwicklung der Risse berücksichtigt werden soll. Dabei wird unterstellt, dass vor dem Entstehen der jeweiligen Risse rechtwinklig zu ihrer Richtung Zugspannungen herrschten.

Eine weitere wichtige Grundlage der Untersuchungen bildet die konsequente Unterscheidung von Biegebereichen (B-Bereiche) und Diskontinuitätsbereichen (D-Bereiche). Das unterschiedliche Tragverhalten von Stahlbetonkonstruktionen in den beiden Bereichen ist zwar schon lange bekannt und wurde insbesondere von *Schlaich* und *Schäfer*, beispielsweise in [1.5], zuletzt fortgeschrieben in [1.6], klar abgegrenzt, fand bislang aber keinen Eingang in die Bemessung der Stegbereiche.

Aus diesen Grundlagen sollen neuartige, physikalisch begründete Bemessungsregeln entwickelt werden, die auch den aufgezeigten Unterschieden in der Beanspruchung Rechnung tragen sollen.

Den eigentlichen Untersuchungen wird eine Erörterung darüber vorangestellt, welche Bewehrungsformen für Stahlbetonstege bisher bekannt sind und wie ihre Tragwirkung jeweils qualitativ zu bewerten ist.

Der vorliegende Teil 2 des Forschungsvorhabens verfolgt somit bezüglich der Stahlbetontragwerke mit Stegbewehrung für die oben genannten Teilbereiche vor Allem folgende Ziele:

- ⇒ Aus den Rissbildern dokumentierter Versuche sollen für die verschiedenen Rissstadien die jeweils wirksamen physikalischen Zusammenhänge abgeleitet werden.
- ⇒ Es soll konsequent zwischen Biegebereichen und Diskontinuitätsbereichen unterschieden werden.
- ⇒ Aus den abgeleiteten physikalischen Wirkungen sollen neuartige Bemessungsregeln entwickelt werden.

## 2. MÖGLICHE STEGBEWehrungsFORMEN

In der rund 120 Jahre alten Erfolgsgeschichte des Eisen- bzw. Stahlbetonbaus gab es unterschiedliche Ansätze für die Ausbildung der Stegbewehrung. In den meisten Fällen ging man von der Modellvorstellung aus, in die biegebeanspruchten Betonkonstruktionen fachwerkartige Tragkonstruktionen einzubauen, bei denen die auf Zug beanspruchten Elemente aus Bewehrung bestehen. Anders geartete Ansätze, bei denen beispielsweise die Stegbewehrung entweder im Wesentlichen der Richtung der Zugspannungstrajektorien im Zustand I folgen oder eine Unterspannung bilden sollte, konnten sich in der Praxis nicht durchsetzen.

Im Folgenden werden die bekanntesten Stegbewehrungsformen aufgeführt und als Grundlage für die weiteren Untersuchungen deren Vor- und Nachteile aufgezeigt.

### 2.1 Aufbiegungen

Da die Stegzugspannungen dadurch entstehen, dass sie die ab- oder zunehmenden Biegezugkräfte im Gleichgewicht zu halten haben, erscheint es zunächst sehr nahe liegend zu sein, Stäbe der Biegezugzone unter Beachtung einer Zugkraftdeckungslinie aufzubiegen und dadurch in die Stege zu führen, um sie schließlich in der Biegedruckzone zu verankern.

Tatsächlich stellte diese Form von Stegbewehrung lange Zeit die unabdingbare Grundform dar. So lautete die Konstruktionsregel noch in der Ausgabe der DIN 1045 von 1959 [2.1]:

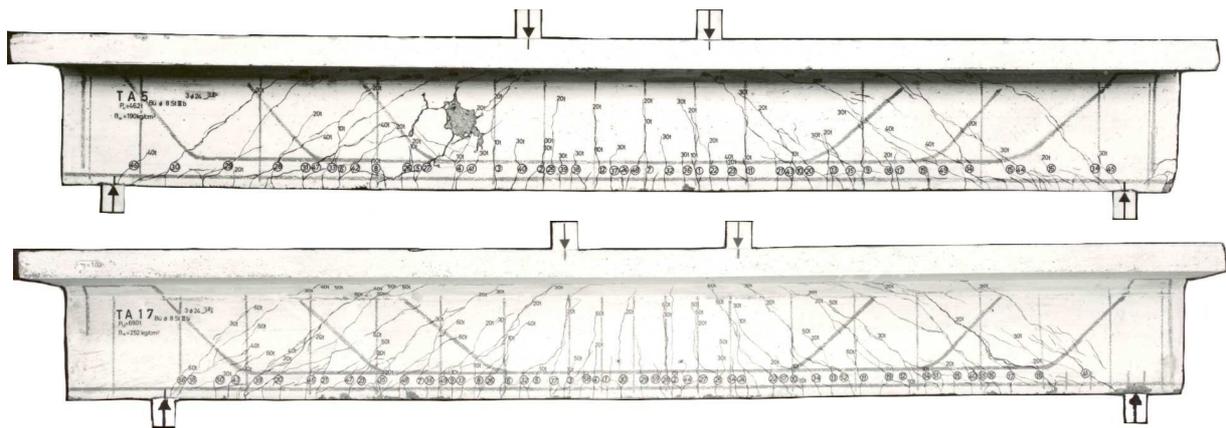
„Zur Aufnahme der Schubspannungen sind in Platten, Balken, Plattenbalken und Rahmen möglichst viele der zur Momentendeckung nicht mehr benötigten Einlagen aufzubiegen.“

Allerdings galt auch: „In Balken und Plattenbalken sind stets Bügel anzuordnen, die über die ganze Höhe des Balkens oder Plattenbalkens reichen, damit der Zusammenhang zwischen Zug- und Druckgurt gesichert wird.“

Aus heutiger Sicht ist nicht so leicht nachzuvollziehen, weshalb das Zusammenwirken von Zug- und Druckgurt durch Aufbiegungen nicht hinreichend gesichert sein soll, wenn diese in der Druckzone ausreichend verankert werden. Die bei der Verwendung von Aufbiegungen entstehende konstruktive Problematik dürfte eher damit zusammen hängen, dass naturgemäß die Stegbewehrung aus vergleichsweise dicken Stäben besteht und die Anzahl der möglichen Aufbiegungen begrenzt ist, wodurch in den Stegen vergleichsweise große Stababstände entstehen.

Die nachteiligen Auswirkungen dieser Voraussetzungen können gut nachvollzogen werden am Beispiel der Versuchsbalken TA 5 und TA 17, die von *Leonhardt* und *Walther* in [2.2] vorgestellt wurden und im folgenden Bild wiedergegeben werden. Obwohl beide Balken außer den Aufbiegungen auch jeweils Bügel enthalten, besteht doch durch den unterschiedlich großen Bügelabstand ein deutlicher Unterschied im Tragverhalten der beiden Balken.

Es ist gut zu erkennen, dass bei beiden Balken (wie bei vielen anderen Balken auch) Risse entlang der Winkelhalbierenden durch die Umlenkstellen der aufgebogenen Stäbe verlaufen. Es handelt sich jeweils um Spaltrisse der Druckstreben, die durch die Stabumlenkungen erzeugt werden.



**Bild 2.1:** Rissbilder der Balken TA 5 und TA 17 aus [2.2]

Beim Balken TA 5 ist der Abstand der zusätzlich vorhandenen Bügel gleich groß wie der Abstand der Aufbiegungen. So kommt es, dass die von den unteren Umlenkungen erzeugten Spaltrisse im gesamten Stegbereich bis zur Druckplatte von keinem weiteren Bewehrungsstab gekreuzt werden. Das System versagt frühzeitig auf Grund dieser Spaltrisse.

Beim Balken TA 17 kreuzen dagegen die Bügel die von den Aufbiegungen erzeugten Druckstreben und verhindern einen ungestört durchgehenden Spaltriss. Es entstehen jeweils mehrere Risse mit entsprechend kleineren Rissbreiten.

Aus dem Vergleich der beiden Balken kann leider kein quantitativer Rückschluss auf das unterschiedliche Tragverhalten gezogen werden. Zwar war die Bruchlast des Balkens TA 17 fast 50 % größer als diejenige des Balkens TA 5; gleichzeitig war aber auch seine Betonfestigkeit rund 33 % höher. Hinzu kommt, dass der Biegerollendurchmesser bei den Aufbiegungen des Balkens TA 5 nur den sechsfachen Stabdurchmesser ausmachte, während beim Balken TA 17 dieses Verhältnis - wie schon damals vorgeschrieben war - bei fünfzehn lag.

Die beispielhafte Betrachtung zeigt, dass es tatsächlich möglich ist, durch aufgebogene Stäbe in den Tragwerken Fachwerke zu aktivieren. Die dabei entstehenden kräftigen Druckstreben erzeugen jedoch frühzeitig Spaltrisse, die auf Grund der vergleichsweise großen Stababstände zum Versagen führen.

Diese Nachteile haben auch dazu geführt, dass die derzeit gültige Ausgabe der DIN 1045 [2.3] für Balken vorschreibt, mindestens 50 % der aufzunehmenden Querkraft durch Bügel abzudecken.

Systeme mit aufgebogenen Stäben werden auf Grund der aufgezeigten Nachteile in den folgenden Analysen nicht weiter berücksichtigt.

## 2.2 Bügel mit großen Abständen

Die größten Bügelabstände, die die aktuelle DIN 1045 [2.3] in Tragwerkslängsrichtung zulässt, betragen  $0,7 \cdot h$  bzw. 30 cm. Sie gelten nur für geringe Stegbeanspruchungen. Es liegt nahe, dass größere Bügelabstände die gleichen Nachteile aufweisen wie die Systeme mit Aufbiegungen. Lediglich der Vollständigkeit halber soll dies mit den von Rüsck und Mayer in [2.4] dokumentierten Versuchsergebnissen belegt werden.

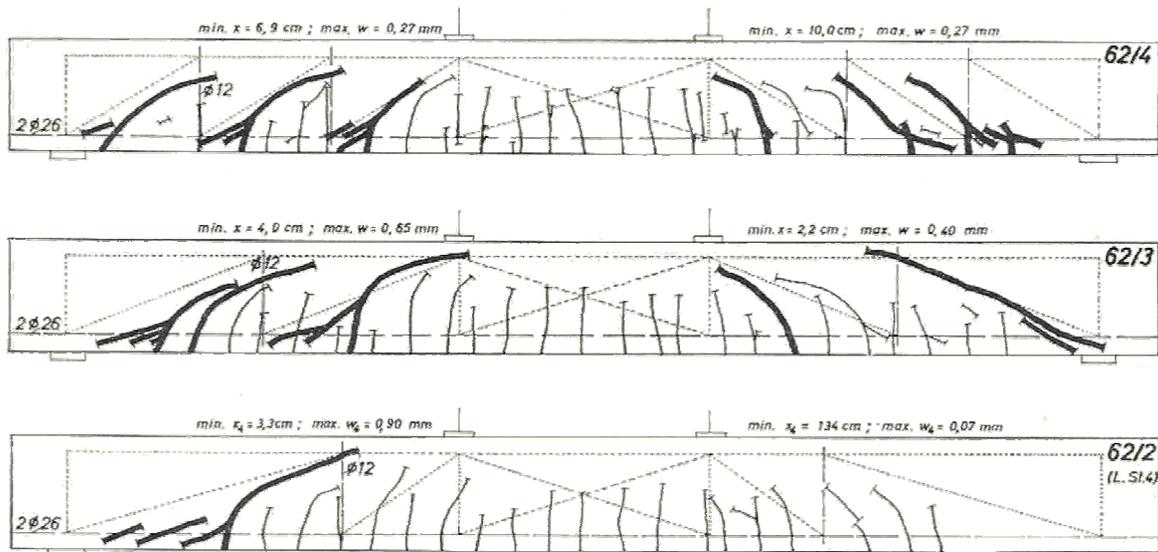


Bild 2.2: Rissbilder der Balken 62 / 2, 62 / 3 und 62 / 4 aus [2.4]

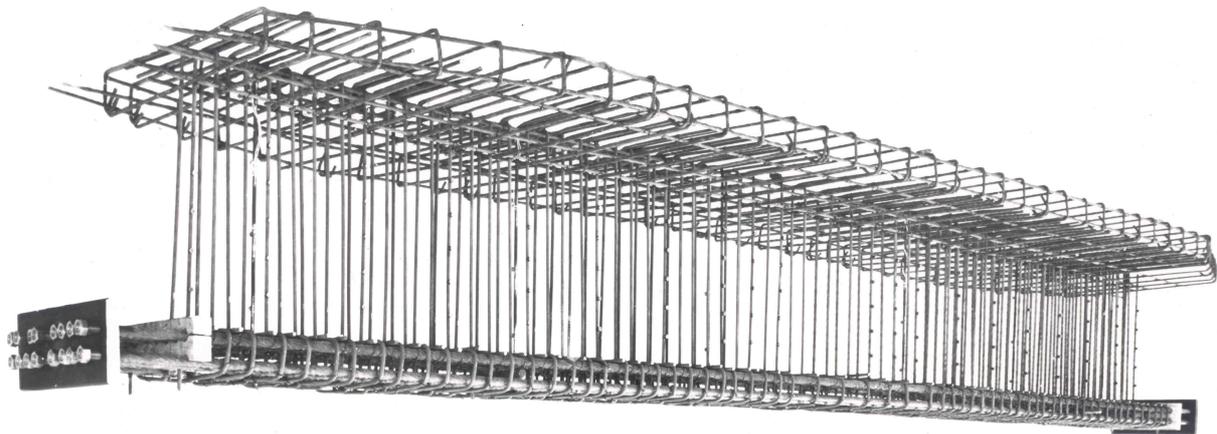
Bei diesen Versuchsbalken wurden wesentlich größere Bügelabstände gewählt, als dies nach den einschlägigen Vorschriften zulässig wäre. Bei allen drei Balken ist deutlich zu erkennen, dass sich die durch die jeweilige Bügelanordnung vorgegebenen Fachwerke ausgebildet haben. Die geneigten Druckdiagonalen, deren Kräfte mit zunehmenden Bügelabständen größer werden, haben auch hier zu Spaltrissen geführt, die sich über die gesamte Steghöhe ungestört ausbilden konnten.

Erwartungsgemäß lag die Bruchlast des Balkens 62 / 3 etwa 50 % und diejenige des Balkens 62 / 4 etwa 100 % höher als beim Balken 62 / 2.

Es können also auch mit großen Bügelabständen Fachwerktragwirkungen aktiviert werden; die Tragfähigkeit nimmt jedoch mit zunehmenden Bügelabständen deutlich ab. Deshalb werden Systeme mit großen Bügelabständen in den folgenden Analysen nicht weiter berücksichtigt.

## 2.3 Bügel mit kleinen Abständen

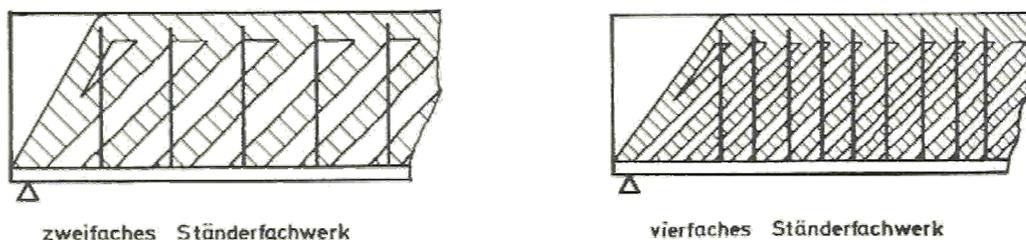
Insbesondere die Arbeit von *Leonhardt* und *Walther* in den Sechziger-Jahren des vergangenen Jahrhunderts, aber auch die baupraktischen Belange haben dazu geführt, dass die bis dahin favorisierten Aufbiegungen mehr und mehr zu Gunsten von Bügeln mit kleinen Abständen aus der Baupraxis verschwunden sind.



*Bild 2.3:* Bügelbewehrung des Versuchsbalkens T 1 aus [1.2]

In der aktuellen DIN 1045 [2.3] ist vorgeschrieben, dass in Balken mindestens die Hälfte der Querkraftbewehrung aus Bügeln bestehen muss. Bei hohen Stegbeanspruchungen dürfen die Bügelabstände in Tragwerkslängsrichtung maximal  $0,25 \cdot h$  bzw. 20 cm betragen.

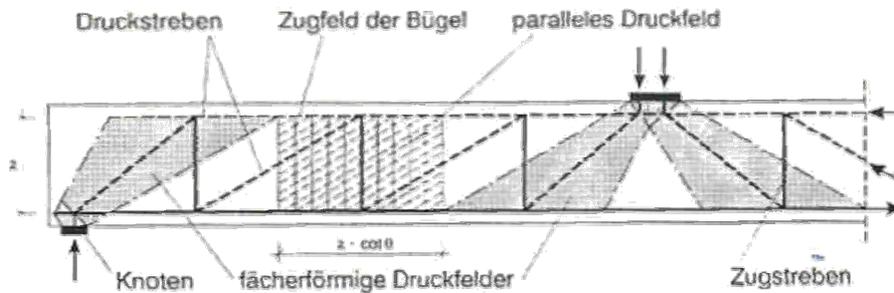
*Leonhardt* erklärte das Tragverhalten von Stahlbetonkonstruktionen mit Bügeln mit kleinen Abständen gemäß *Bild 2.4* als mehrfach ineinander gestellte Fachwerke („Netzfachwerke“), in deren Zusammenwirken er ein innerlich hochgradig statisch unbestimmtes System vermutete; für die Bemessung werden jedoch die Stegzug- und -druckkräfte am zu Grunde liegenden Einfach-Fachwerk ermittelt und gleichmäßig verteilt. Die Druckstrebenneigung übernahm er von *Mörsch* mit  $45^\circ$ . Da bei den Versuchen geringere Stegzugkräfte festgestellt wurden, als nach diesem Modell zu erwarten sind, führte er in seiner „erweiterten Fachwerkanalogie“ einen zusätzlichen Abzugswert ein.



*Bild 2.4:* Mehrfach-Fachwerke nach *Leonhardt* [2.5]

Dieses Fachwerkmodell bildet auch heute noch die Grundlage für die Stegbemessung, s. z. B. [2.6]. An Stelle von diskreten Vielfach-Fachwerken geht man jedoch von parallelen und fächerförmigen Druckfeldern und von Zugfeldern der Bügel aus, s. *Bild 2.5*. Der wesentli-

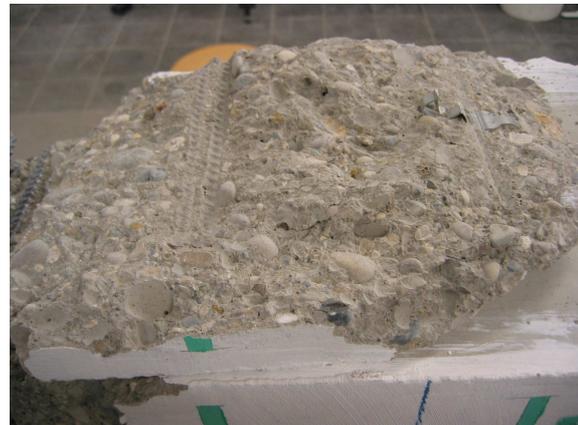
Der Unterschied der heutigen Bemessung gegenüber den älteren Verfahren besteht darin, dass man die Neigung der Stegdruckstreben in bestimmten Grenzen frei wählen kann. Bei kleineren Druckstrebenneigungen als  $45^\circ$  erhält man rechnerisch dadurch kleinere Stegzugkräfte, aber auch entsprechend größere Stegdruckkräfte.



**Bild 2.5:** Fachwerkmodell nach Reineck [2.6] als Grundlage der aktuellen DIN 1045-1

Stegbewehrungen aus Bügeln mit kleinen Abständen gelten heute weltweit als beste bekannte Möglichkeit und bilden die Standardform. Dementsprechend wird sie auch für die folgenden Untersuchungen die primäre Grundlage bilden.

Im Rahmen eines kürzlich abgeschlossenen Forschungsvorhabens [2.7] (s. a. *Abschnitt 2.5*) wurden u. a. vier Versuchsbalken untersucht, in die als Stegbewehrung in einer Balkenhälfte herkömmliche Bügel und in der anderen Hälfte Bewehrung mit hochfestem Verbund eingebaut war. Alle diese vier Balken versagten auf der Seite mit der Bügelbewehrung, indem die Biegedruckzone über den Bügeln abgespalten wurde. Das folgende Bild gibt Eindrücke von diesem Versagen.

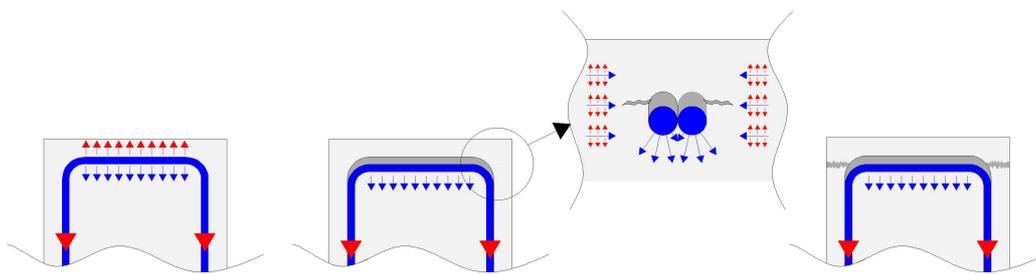


**Bild 2.6:** Ausgebrochene Druckscholle über den Bügelschenkeln nach [2.7]

Dieser Effekt, dass Bügelschenkel in der Biegedruckzone zum Abspalten des äußeren Druckzonenbereichs führen können, wurde bislang in der Fachliteratur noch nicht erörtert.

Der aufgezeigte Zusammenhang lässt sich anschaulich begründen, indem man sich den Spannungs- und Verformungszustand im Bereich der horizontalen Bügelschenkel in der Druckzone vor Augen führt: In den vertikalen Bügelschenkeln wirken große Zugkräfte, die in der Druckzone verankert werden müssen. Da die Verbundwirkung des herkömmlichen Betonstahls vergleichsweise gering ist, muss der größte Teil der Bügelzugkräfte über die horizontalen Bügelschenkel in den Beton geleitet werden, siehe *Bild 2.7*. Dadurch entste-

hen unter den horizontalen Bügelschenkeln große Druckspannungen, die den Beton zusammen drücken. Die horizontalen Bügelschenkel folgen dieser Verformung und lösen sich dadurch von dem darüber befindlichen Beton. Dadurch entsteht über den horizontalen Bügelschenkeln ein Hohlraum, der eine Schwächung der Druckzone darstellt. Die randparallel gerichteten Druckspannungen verursachen in Folge der Querkontraktion Querkzugspannungen, die rechtwinklig zur Betonoberfläche gerichtet und zunächst noch von Rückhängezugspannungen überlagert sind. Sie bewirken, dass die über den Bügeln entstandenen Hohlräume - auch wenn diese mikroskopisch dünn sein sollten - an ihren Rändern aufgerissen werden und es entwickeln sich die beobachteten Spaltrisse in der Ebene über den horizontalen Bügelschenkeln, die - wie im vorliegenden Fall - meist als Übergreifungsstoß paarweise vorhanden sind. Dieser Ablauf erklärt auch, weshalb in vielen Bruchbildern erkennbar ist, dass sich die horizontalen Bügelschenkel von dem darüber befindlichen Beton gelöst hatten.



*Bild 2.7:* Erläuterungen zur Versagensursache der Biegedruckzone in Folge der Bügel

## 2.4 Doppelkopfanker

Seit mehr als zwei Jahrzehnten werden Doppelkopfanker (bzw. die ähnlich aufgebauten Dübelleisten) zur Durchstanzsicherung in Punkt gestützten Platten eingebaut. Von daher erscheint es zunächst nahe liegend, Doppelkopfanker auch als Querkraftbewehrung in sonstigen Platten und in Balken zu verwenden. Entsprechend gibt es seit einigen Jahren eine allgemeine bauaufsichtliche Zulassung, die dies ermöglicht.

Da der Kopfdurchmesser der Doppelkopfanker das Dreifache des Stabdurchmessers aufweisen muss, sind diese Bewehrungselemente bei engen Bewehrungsstababständen oft schwierig einzubauen, da die Ankerköpfe mit der Außenkante der Biegedruck- und der Biegezugbewehrung abschließen müssen. Gravierender ist jedoch, dass die durch Köpfe und Füße konzentriert eingeleiteten Druckkräfte sehr groß sind; vergleichbar mit Aufbiegungen entstehen dadurch frühzeitig Spaltrisse. Deshalb dürfen Doppelkopfanker in Balken ähnlich wie Aufbiegungen nur anteilig als Stegbewehrung verwendet werden; zusätzlich sind Bügel einzubauen, die bei hoher Stegbeanspruchung für 50 % der Querkraftbeanspruchung ausgelegt sein müssen. Die Bügel sind erforderlich, um die von den Ankerköpfen erzeugten Spaltrisse zu sichern. Die großen, konzentriert eingeleiteten Druckkräfte sind auch der Grund, weshalb Doppelkopfanker nur mit großen Randabständen eingebaut werden dürfen.



*Bild 2.8:* Doppelkopfanker als Platten-Querkraftbewehrung; Quelle: [2.9]

Wie in [2.8] detailliert beschrieben wurde, entwickeln die Ankerköpfe in Biegedruckzonen - ähnlich, wie dies zuvor für Bügel aufgezeigt wurde - zusätzlich eine ungünstige Spaltwirkung. Obwohl Doppelkopfanker auf der Grundlage allgemeiner bauaufsichtlicher Zulassungen als Querkraftbewehrung zur Verfügung stehen, werden sie in der Praxis kaum verwendet.

## 2.5 Bewehrung mit hochfestem Verbund

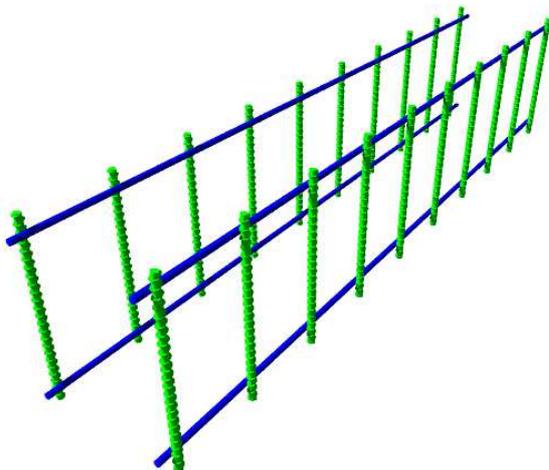
In dem bereits erwähnten Forschungsvorhaben [2.7] wurde mit insgesamt 93 Versuchen die Eignung einer neuartigen Bewehrungsform - Bewehrung mit hochfestem Verbund oder kurz: HFV-Bewehrung, s. *Bild 2.9* - für verschiedenste Anwendungsbereiche in Stahlbetonkonstruktionen erforscht. Diese innovative Bewehrung ist gekennzeichnet durch kräftige Rippen, deren Dicke ein Viertel des Stabdurchmessers ausmacht und die untereinander den 1,25-fachen Stabdurchmesser als Achsabstand aufweisen.



*Bild 2.9:* Bewehrung mit hochfestem Verbund

Durchstanzversuche mit dieser Bewehrung ergaben die höchste Tragfähigkeit gegenüber allen bislang bekannten Systemen. Sehr gute Tragfähigkeitseigenschaften konnten auch festgestellt werden bei acht Balken, deren Stegbewehrung aus dieser neuartigen Bewehrungsform bestand.

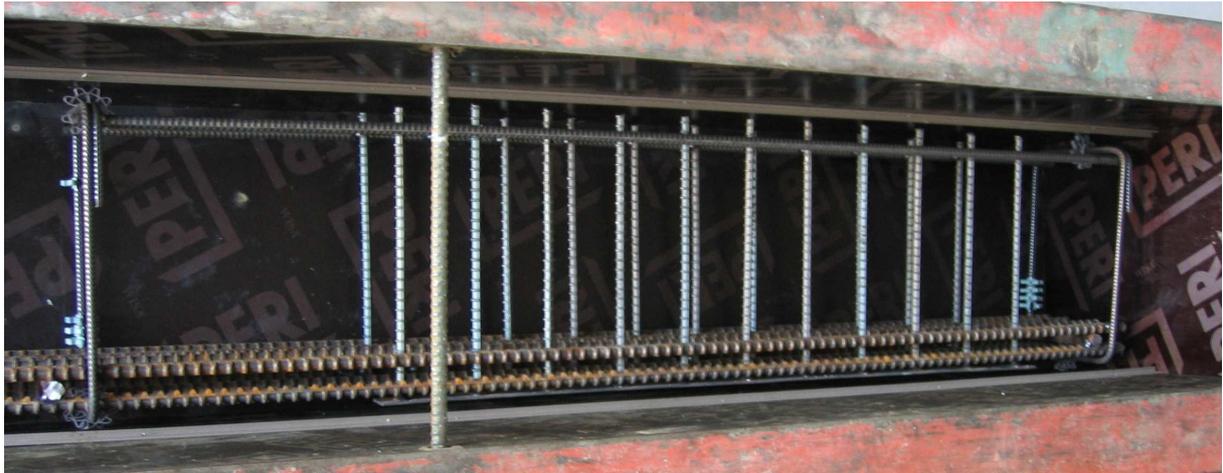
Die Tragwirkung dieser innovativen Bewehrung konnte mit derjenigen herkömmlicher Bügel besonders gut verglichen werden bei vier Balken, die je zur Hälfte mit HFV-Querkraftbewehrung bzw. mit Bügel ausgestattet waren. Es zeigte sich, dass das Tragverhalten grundsätzlich gleichartig ist; Balken mit HFV-Querkraftbewehrung erreichen jedoch bei sonst gleichartigen Verhältnissen rund 20 % höhere Tragfähigkeiten als solche mit Bügel. Die Ursachen hierfür stellen neben der bereits aufgezeigten, bei HFV-Stegbewehrung nicht gegebenen Spaltwirkung der Bügel vor Allem die bessere Rissbreitenbeschränkung und die bessere Verankerung dar.



*Bild 2.10:* Leiterförmige (links) und kammförmige HFV-Querkraftbewehrung für Balken oder Platten

Der Hauptvorteil von Querkraftbewehrung aus Bewehrung mit hochfestem Verbund ist neben dem besseren Tragverhalten vor Allem im leichteren und sehr viel schnelleren Einbau von HFV-Querkraftbewehrungseinheiten gegenüber Bügeln zu sehen. Ähnlich wie bei der Durchstanzbewehrung werden die einzelnen geraden Bewehrungsstäbe zu kamm- oder leiterförmigen Einheiten zusammengefügt. Bügel werden nur noch sehr vereinzelt als Montagehilfe eingebaut. Durch die Verwendung von HFV-Querkraftbewehrung kann gegenüber der konventionellen Lösung mit Bügeln ein Kostenvorteil von ca. 25 % erreicht werden.

Das folgende Bild zeigt die Bewehrung mit hochfestem Verbund für einen Versuchsbalken.



*Bild 2.11: Querkraft- und Biegezugbewehrung mit hochfestem Verbund*

Da HFV-Querkraftbewehrung im Unterschied zu Aufbiegungen oder Doppelkopfkankern keine konzentrierten, Spaltrisse erzeugenden Druckkräfte einleitet, kann sie ohne Ergänzung durch Bügel verwendet werden und diese vollständig ersetzen. Bügel können lediglich noch vereinzelt als Montagehilfe erforderlich werden. Derzeit gibt es allerdings für Bewehrung mit hochfestem Verbund noch keine allgemeinen bauaufsichtlichen Zulassungen.

Da das Tragverhalten von Bügeln und von Stegbewehrung mit hochfestem Verbund ansonsten grundsätzlich gleichartig ist, sind im Folgenden keine unterschiedlichen Betrachtungen erforderlich.

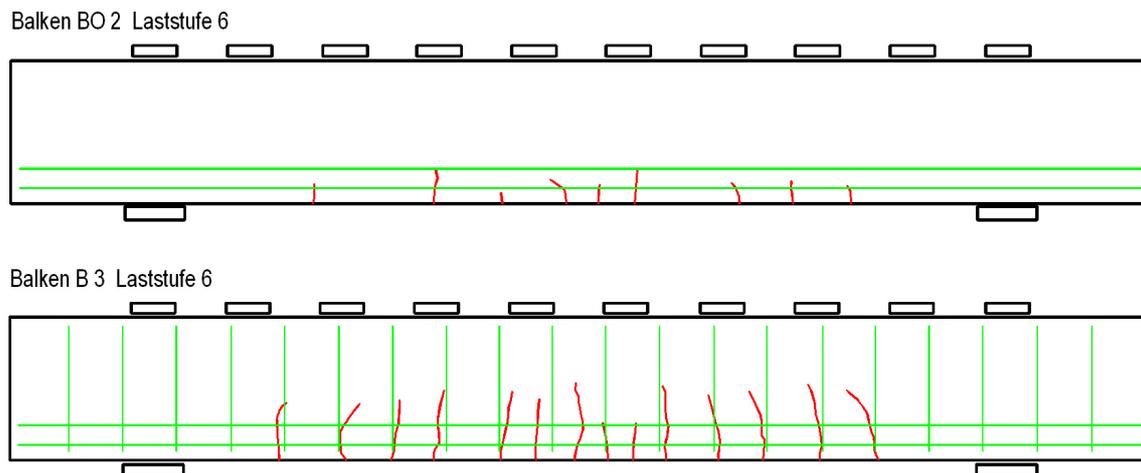
## 2.6 Sonstige Bewehrungsformen

Ältere Ansätze, die Form der Stegbewehrung an den Zugspannungstrajektorien im Zustand I zu orientieren, hatten nicht zuletzt aus baupraktischen Gründen keinen Bestand.

Erwähnenswert erscheint jedoch ein Vorschlag aus jüngerer Zeit, der sich ganz von dem Gedanken eines Fachwerkmodells löste. In [2.10] entwickelte *Polónyi* zunächst Prinzipien als Grundlage seiner neuen Stahlbetonkonzeption. U. a. sollte demnach vermieden werden, Bewehrungsstäbe in der Nähe der Betonoberfläche quer zur Hauptspannungsrichtung einzubauen, da diese Risse provozieren.

Dieses Prinzip wird erheblich verletzt in den Biegezugzonen von mit Bügel bewehrten Konstruktionen. Die Richtung der Bügel weicht hier in der Regel  $90^\circ$  von der Hauptspannungsrichtung ab und schwächt dadurch den auf Zug beanspruchten Betonquerschnitt. Die Folge ist eine deutlich verstärkte Rissbildung im Vergleich zu Konstruktionen ohne Bügel.

Das *Bild 2.12* zeigt dies sehr anschaulich am Beispiel zweier Versuchsbalken, die von *Rüsch, Haugli* und *Mayer* in [2.11] vorgestellt wurden.

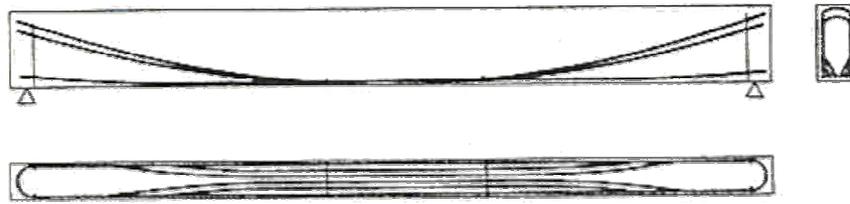


*Bild 2.12:* Balken ohne und mit Bügel nach dem Übergang in den Zustand II [2.11]

Die selten vorgenommene Gegenüberstellung von Balken mit und ohne Stegbewehrung zeigt sehr eindrucksvoll, dass durch Bewehrung nicht in allen Fällen bessere Konstruktionen entstehen: Im vorliegenden Fall bilden die Bügel nicht nur die Ansatzpunkte für mehr Risse als im Tragwerk ohne Stegbewehrung, sie führen vielmehr bei der gleichen Laststufe durch die Schwächung des Betonquerschnitts rechtwinklig zu den Biegezugspannungen zu deutlich größeren Risstiefen.

Aufbauend auf seinen Prinzipien schlägt *Polónyi* vor, auf die (schädlichen) Bügel zu verzichten und stattdessen die Biegezugbewehrung zu den Auflagern hin hochgezogen einzubauen, vgl. *Bild 2.13*, so dass im Tragwerk ein unterspannter Träger entsteht. Für Durchlaufträger entwickelte er analoge Systeme, bei denen zusätzlich zu den Unterspannungen der Felder interne Überspannungen der Stützbereiche vorgeschlagen wurden.

Versuche ergaben zufrieden stellende Tragfähigkeiten, sofern die Zugbandbewehrung hinreichend verankert war. Da zusätzlich am gezogenen Rand gerade verlaufende Bewehrung vorhanden war, gab es wohl auch keine Probleme mit zu breiten Rissen.



*Bild 2.13* Bügelfreier, „unterspannter Träger“ nach *Polónyi* [2.10]

In der Baupraxis konnte die von *Polónyi* vorgeschlagene Konstruktionsvariante (noch) nicht Fuß fassen, obwohl ihre theoretische Begründung überzeugend ist.

## 2.7 Schlussfolgerungen

Die Diskussion der bekanntesten Stegbewehrungsformen zeigt sehr deutlich, dass diejenigen Varianten die besten Tragfähigkeiten aufweisen, bei denen die Stege jeweils mit kleinen Stababständen und kleinen Stabdurchmessern durchsetzt werden. Dies ist der Fall bei Bügeln, wenn die maximal zulässigen Abstände, wie sie in den aktuellen Vorschriften festgelegt sind, eingehalten werden und entsprechend bei Stegbewehrung aus Bewehrung mit hochfestem Verbund, für die es derzeit allerdings noch keine allgemeine bauaufsichtliche Zulassung gibt, die aber nach den gleichen Regeln verwendet werden kann wie Bügel. Diese beiden Bewehrungsformen werden im Folgenden unter dem Überbegriff „feingliedrige Stegbewehrung“ zusammengefasst.

Wie bereits seit Langem bekannt ist, kann man mit der Wahl der Stegbewehrungsform dem System gewünschte Tragwirkungen wie Fachwerke (oder auch intern unterspannte Träger) vorgeben, die sich dann auch tatsächlich einstellen. Die durch Aufbiegungen oder große Bügelabstände erzeugten Einfach-Fachwerke haben jedoch den Nachteil, dass die zugehörigen Stegdruckstreben bereits bei vergleichsweise geringer Belastung zu Spaltrissen führen.

Vor diesem Hintergrund werden die folgenden Analysen auf Rissbilder von Bauteilen beschränkt, die feingliedrige Stegbewehrungen aufweisen. Diesen Systemen liegt bislang die Modellvorstellung von Vielfach-Fachwerken zu Grunde, bei denen die Stegzugstreben der Richtung der Stegbewehrung folgen. Wie bereits einleitend aufgezeigt wurde, entstehen jedoch bei diesen Systemen Rissbilder, mit denen diese Modellvorstellung nicht in Einklang stehen. Daraus kann gefolgert werden, dass sich in biegebeanspruchten Stahlbetonkonstruktionen mit feingliedriger Stegbewehrung bislang unbekannte Tragsysteme einstellen, die im Gegensatz zu den bislang bekannten Modellvorstellungen das Minimum an Formänderungsarbeit erfordern.

Das Ziel des vorliegenden Teils der *Stahlbetonanalyse 21* besteht nun darin, aus dokumentierten Rissbildern diese bislang unbekanntes Tragsysteme abzuleiten.

Dabei soll auch darauf geachtet werden, ob nicht Bewehrungsführungen möglich sind, die die von *Polónyi* [2.9] entwickelten Prinzipien besser berücksichtigen als bisher bekannte Bewehrungsformen; innerlich unter- und überspannte Systeme werden dabei jedoch nicht weiter verfolgt.

### 3. BIEGEBEREICHE

Biegebereiche (B-Bereiche) sind dadurch gekennzeichnet, dass sich im Zustand I Spannungen nach der Biegetheorie einstellen. Dies ist nicht gegeben in Bauwerksabschnitten, die diskontinuierlich geformt oder belastet sind (vgl. [1.5]) und als D-Bereiche bezeichnet werden. Auch bei kontinuierlicher Lasteinleitung trifft dies bereits bei allen direkten Auflagerpunkten zu. Es trifft erst recht zu für die zahlreichen Versuchsbalken, die der Einfachheit halber direkt mit Einzellasten belastet werden. In [21.1] wurde aufgezeigt, in welcher Form die Biegebeanspruchung bei derartigen Belastungen von Sprengwerken oder anderen Strebentragwerken überlagert wird.

Bei der Analyse des Stegtragverhaltens in Biegebereichen von Stahlbetonkonstruktionen muss deshalb sorgfältig darauf geachtet werden, dass nur solche Versuche ausgewertet werden, bei denen die Versuchskörper tatsächlich ungestörte Biegebereiche aufweisen oder zumindest der Einfluss von überlagerten Druckstrebensystemen hinreichend klein ist. Diese Bedingung schränkt die Anzahl der geeigneten Versuche erheblich ein.

In der Einleitung wurde bereits darauf hingewiesen, dass nach dem aktuellen Stand der Wissenschaft bezüglich des Stegtragverhaltens immer noch das von *Mörsch* vor rund achtzig Jahren entwickelte Fachwerkmodell die Grundlage bildet. Da jedoch in vielen Versuchen festgestellt wurde, dass die gemessenen Beanspruchungen in den Stegen deutlich geringer sind als nach diesem Modell, unterstellt man zusätzlich eine dem beschriebenen Fachwerk überlagerte „Betontragwirkung“, die ihrerseits wiederum aus mehreren Komponenten bestehen kann.

Die auftretenden Diskrepanzen zwischen dem *Mörsch*'schen Fachwerkmodell und den bei Versuchen festzustellenden Rissverläufen wurden in der Fachliteratur bislang kaum beachtet.

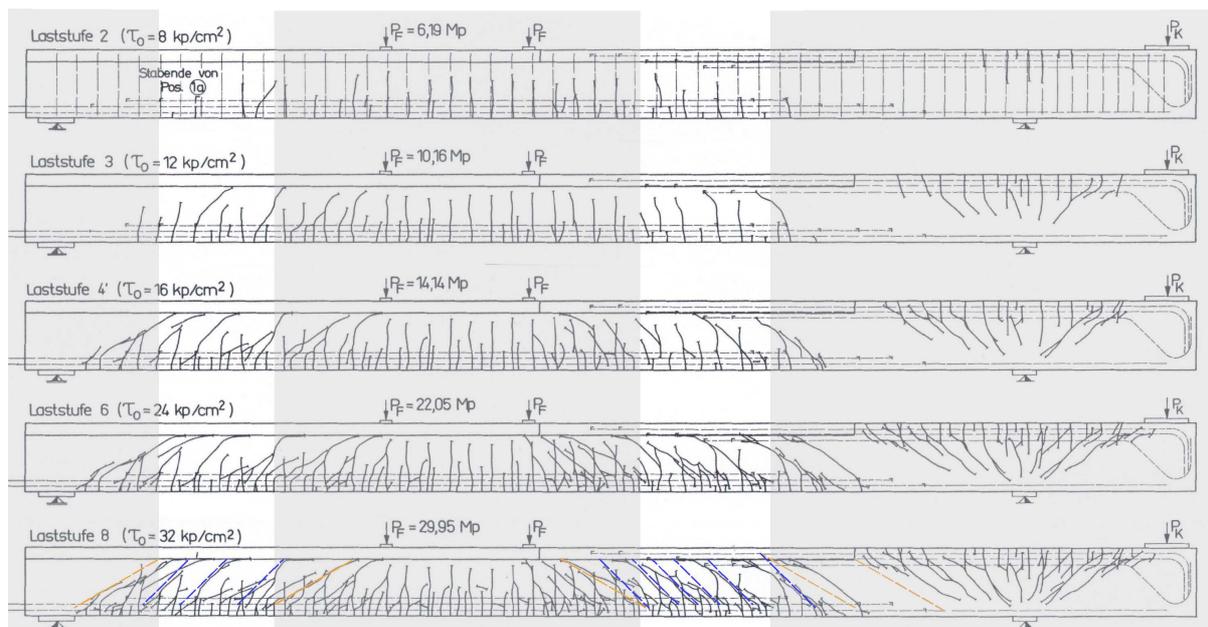
In den folgenden Analysen soll nun - losgelöst von irgendwelchen vorgegebenen Modellvorstellungen - ausschließlich aus dem Verlauf der Risse gefolgert werden, welche Spannungszustände sich in den biegebeanspruchten Stahlbetonkonstruktionen mit Stegbewehrung einstellen, wenn diese in Folge der Rissbildung in den Zustand II übergehen.

Diese Spannungszustände bilden dann die Grundlage für die Entwicklung entsprechender Bemessungsregeln.

### 3.1 Beispielhafte Rissbilder für Biegebereiche

Es ist - wie bereits erwähnt - nicht ganz leicht, in der Literatur Rissbilder von Stahlbetontragwerken zu finden, die reine Biegebereiche enthalten. Der Einfachheit halber werden Versuche meistens in der Weise durchgeführt, dass die Versuchskörper punktförmig mit Pressen belastet werden. Bei der Auswertung solcher Versuche wurde bislang meist nicht beachtet, dass auch bei Einzellasten, die in einem Abstand von  $2 < a/d \leq 6$  vom Auflager angreifen, etwa 25 % der eingeleiteten Last direkt als Druckstrebe zum Auflager geleitet werden, vgl. [21.1]. Es entsteht also ein Spannungszustand, der eine Überlagerung aus einem biegebeanspruchten Bereich und einem Sprengwerk aufweist. In der Praxis sind jedoch Systeme mit größeren Einzellasten, die in Wechselwirkung mit einem Auflager stehen, die Ausnahme und nicht die Regel. Eine Übertragung solcher Versuchsergebnisse auf die in der Praxis meist gegebenen Biegebereiche ist daher nicht zutreffend.

Die von *Kupfer* und *Baumann* in [3.1] vorgestellten Versuchsbalken wurden zwar auch mit Einzellasten belastet, weisen aber eine so große Schlankheit auf, dass zwischen den verschiedenen D-Bereichen auch Abschnitte vorhanden sind, die praktisch reine Biegebereiche darstellen. Im *Bild 3.1* sind solche Bereiche des Balkens 66/2 hervorgehoben, indem sie nicht grau hinterlegt wurden.



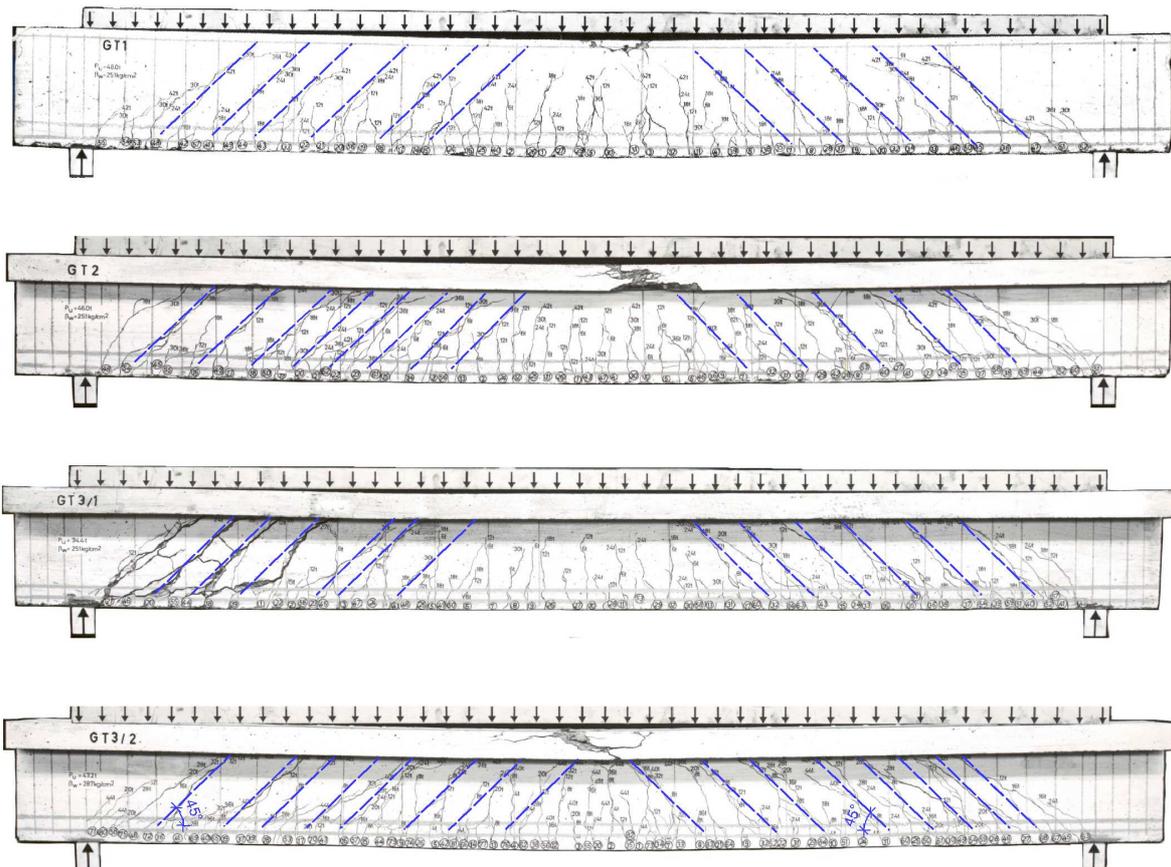
*Bild 3.1:* Rissentwicklung im Balken 66/2 aus [3.1]

In diesen Bereichen weist die Rissentwicklung folgende markante Charakteristik auf: Bei den ersten beiden dargestellten Laststufen verlaufen die Risse vom gezogenen Rand überwiegend rechtwinklig in den Stegbereich. Ab der Laststufe 4 überlagern sich diesen lotrecht verlaufenden Risse neu entstehende Risse, die gegenüber der Tragwerksachse eine Neigung von ca.  $45^\circ$  aufweisen.

Dieses Prinzip, wonach sich zunächst Risse rechtwinklig zum gezogenen Rand entwickeln, die bei zunehmender Belastung von geneigten Rissen überlagert werden, ist regelmäßig auch zu erkennen bei den Balken GT 1, GT 2, GT 3/1 und GT 3/2 aus [1.3], die im *Bild 3.2* wieder gegeben werden. Diese Versuchsbalken stellen den vergleichsweise selte-

nen Fall dar, dass die Belastung gleichmäßig verteilt wurde und deshalb nur mit Ausnahme der Endauflagerbereiche ungestörte Biegebereiche vorhanden sind.

In den *Bildern 3.1* und *3.2* wurden zur Verdeutlichung neben den einschlägigen geneigten Rissen gestrichelte blaue Linien eingezeichnet, die gegenüber den Balkenachsen eine Neigung von  $45^\circ$  aufweisen. Sie verdeutlichen die Tatsache, dass die geneigten Risse, die oft sogar die zuvor entstandenen vertikalen Risse kreuzen, unter  $45^\circ$  geneigt verlaufen. Weitere Rissbilder von dokumentierten Versuchen sind in der *Anlage A.1* zusammengestellt.



*Bild 3.2:* Rissbilder der Balken GT 1, GT 2, GT 3/1 und GT 3/2 aus [1.3]

In Analogie zu den biegebeanspruchten Stahlbetonkonstruktionen ohne Stegbewehrung können die hier festgestellten Biegerisse gemäß den in [21.1] vorgestellten Gesetzmäßigkeiten einem Zustand II.1 zugeordnet werden. Die weiteren Zustände II.2 bis II.5 können auch bei Systemen mit Stegbewehrung auftreten, wie das Beispiel des Balkens GT 1 aus [1.3] belegt (s. auch *Bild 4.1*), sind aber für Fragen der Standsicherheit ohne Bedeutung, da die Risse erzeugenden Zugspannungen von der Stegbewehrung übernommen werden. Dementsprechend werden die an das Vorhandensein von Stegbewehrung gebundenen, unter  $45^\circ$  geneigten Risse einem Zustand II.BR zugeordnet (B für Biegebereich bzw. bending und R für (Steg-) Bewehrung bzw. reinforcement).

Entsprechend werden Tragwerksabschnitte als **B<sub>R</sub>-Bereiche** bezeichnet, wenn sie im Zustand I Biegebereiche darstellen und deren Spannungsverlauf im Zustand II von Stegbewehrung bestimmt wird.

### 3.2 Das anisotrope Stegtragverhalten im Zustand II

Es stellt sich nun die Frage, warum sich den zunächst rechtwinklig zur Tragwerksachse entstehenden Biegerissen die unter 45 ° geneigten Risse überlagern. Betrachtet man hierzu die Bereiche zwischen den Biegerissen - die so genannten Rissfelder - so stellen diese auch weiterhin Strukturen dar, die in guter Näherung mit Hilfe der Elastizitätstheorie beschrieben werden können. Diese Bereiche weisen allerdings in Folge der rechtwinklig zur Tragwerksachse vorhandenen Risse die einschränkende Randbedingung auf, dass sie an den Rissufern keine Normalspannungen, also keine Spannungskomponenten  $\sigma_x$  übertragen können. Da die Breiten der Rissfelder, festgelegt durch die Rissabstände, nicht allzu groß sind, kann in guter Näherung für den gesamten Stegbereich zwischen Biegezugbewehrung und den Biegerisswurzeln gesetzt werden:

$$\sigma_{x,w} = 0 \tag{3.1}$$

Hauptspannungen, deren Richtung von der x-Richtung deutlich abweichen, können mit Hilfe der Stegbewehrung auch in den Bereichen der Biegerisse übertragen werden, indem die so genannte Dübelwirkung der Stegbewehrung aktiviert wird. Genau genommen können Hauptspannungen, deren Richtung nur geringfügig von der x-Richtung abweicht, auch nicht übertragen werden, aber dieser Punkt ist glücklicher Weise nicht von praktischer Relevanz.

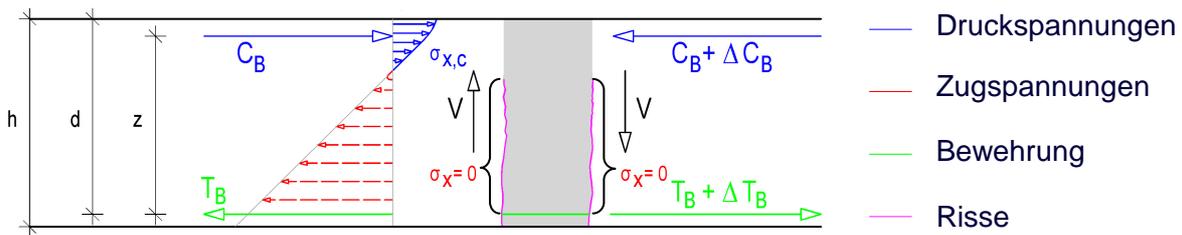


Bild 3.3: Beanspruchungen eines Rissfeldes

Der mit Biegerissen durchsetzte, mit Stegbewehrung verstärkte Stegbereich stellt somit eine anisotrope Struktur dar, da sich die Spannungen nicht in allen Richtungen gleichartig entwickeln können. Dies dürfte auch gelten, wenn der betroffene Stegbereich mit Längsbewehrung durchsetzt ist: Auch in diesem Fall entstehen die Biegerisse und die Steifigkeit in x-Richtung wird dadurch erheblich kleiner als in allen anderen Richtungen.

Setzt man nun *Glg. 3.1* in die folgenden Bestimmungsgleichungen für die Hauptspannungen (mit der für biegebeanspruchte Tragwerksbereiche üblichen Annahme  $\sigma_z = 0$ ) bzw. deren Richtungen ein, so führt dies zu dem für den gesamten gerissenen Stegbereich gültigen Ergebnis, dass die Hauptdruck- und die Hauptzugspannungen betragsmäßig jeweils gleich groß und unter 45 ° zur Tragwerksachse geneigt sind:

$$\sigma_{1,2} = \frac{\sigma_x}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{\sigma_x^2 + 4\tau^2} = \pm \tau \tag{3.2}$$

$$\tan \varphi = \tau / \sigma_1 = 1 \tag{3.3}$$

Somit lässt sich analytisch einwandfrei begründen, weshalb sich den zunächst etwa rechtwinklig zum gezogenen Rand entstehenden Biegerissen in der Folge Risse überlagern, die eine Neigung von 45 ° aufweisen. *Bild 1.1* belegt mit den Rissbildern der Balken T 1 und

T 2 aus [1.2] sehr eindrucksvoll, dass sich ein solcher Spannungszustand unabhängig von der gewählten Bewehrungsrichtung einstellt! Die Stege in Biegebereichen sind also so zu bemessen, dass sie für diesen Spannungszustand ausreichend sichere und möglichst wirtschaftliche Tragmodelle aufweisen.

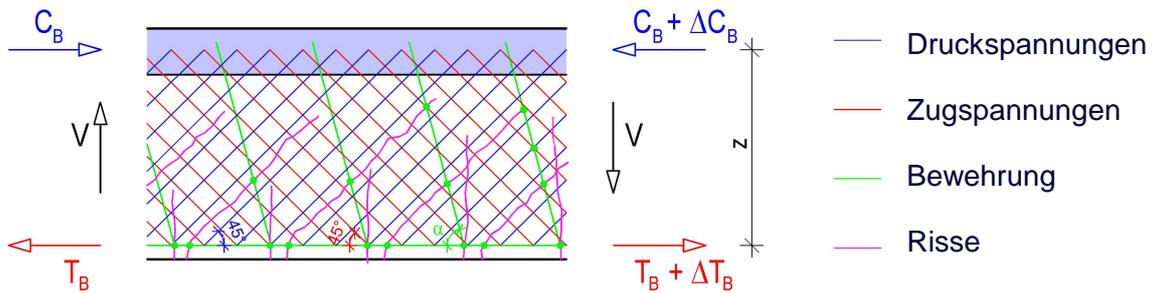
Wie die *Bilder 1.1* und *3.2* anschaulich zeigen, dringen die Biegerisse bei Querschnitten mit Zuggurten in den für die Stegbemessung maßgebenden Bereichen oft gar nicht bis in den Steg vor. Beide Bilder zeigen aber auch, dass sich in den Stegen trotzdem unter  $45^\circ$  geneigte Risse ausbilden. Dies ist darin begründet, dass - wie u. a. in [21.1] gezeigt wurde - bei derartigen Querschnitten bereits im Zustand I die Steghauptspannungen näherungsweise unter  $45^\circ$  geneigt sind.

Wichtig ist auch die Feststellung, dass sich die Richtung der geneigten Risse bei zunehmender Belastung nicht mehr ändert. Auch Folgerisse, die sich zwischen den zuerst entstandenen Schrägrissen einstellen, weisen die gleiche Neigung von  $45^\circ$  auf. Dies belegt, dass sich auch bei hoher Belastung kein anderer Spannungszustand und auch kein anderes System einstellt, das bei lotrechter Stegbewehrung dem *Mörsch'schen* Fachwerk entsprechen würde.

In den Stegen von biegebeanspruchten Stahlbetontragwerken mit feingliedriger Stegbewehrung bilden sich somit jeweils unter  $45^\circ$  geneigte Druck- und Zugfelder aus, wobei die Stegbewehrung die Zugfeldspannungen über die Stegrisse leitet, ggf. auch mit Kraftkomponenten quer zur Bewehrungsachse.

### 3.3 Druck- und Zugspannungsfelder im anisotropen Stegbereich

Im *Bild 3.4* sind schematisch die sich im anisotropen Stegbereich einstellenden Druck- und Zugspannungsfelder dargestellt. Es handelt sich natürlich um eine idealisierte Darstellung, denn in Wirklichkeit entstehen in Folge der Risse vor Allem bezüglich des Zugspannungsfeldes im Detail viel komplexere Spannungszustände, da die dem Zugfeld entsprechenden Spannungen eines Rissfelds nur in den Kreuzungspunkten der Biegezug- sowie der Stegbewehrungen übertragen werden können (im *Bild 3.4* durch kleine grüne Knoten gekennzeichnet). Die Rissfelder, oft auch als Risszähne bezeichnet, bilden somit scheibenartige Tragwerke, die an diesen Kreuzungspunkten mit Einzellasten rechtwinklig zu ihrer Achse beansprucht werden.

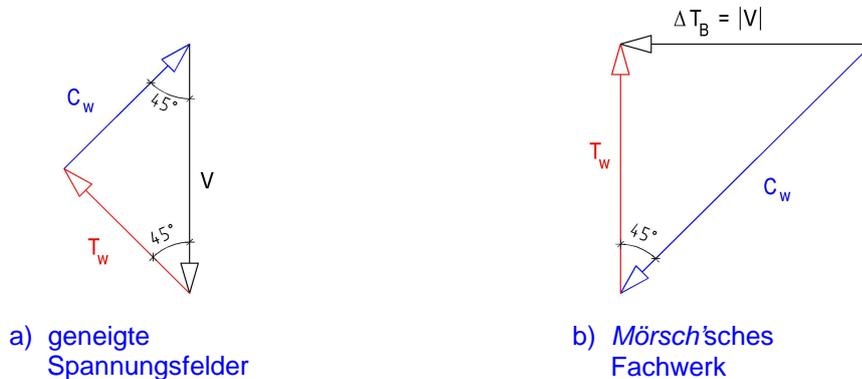


*Bild 3.4:* Druck- und Zugspannungsfelder im anisotropen Stegbereich

In einem Schnitt rechtwinklig zur Tragwerksachse erhält die Querkraft  $V$  ihr Gleichgewicht durch die geneigten Zug- und Druckstreben, die im betrachteten Schnitt als Resultierende der Druck- und Zugspannungen wirken. Das zugehörige Kräfte-dreieck ist für Biegebereiche im *Bild 3.5 a)* dargestellt. Die Größe der geneigten Zug- und Druckstreben beträgt

$$T_w = -C_w = V / \sqrt{2} = 0,707 V \quad (3.4).$$

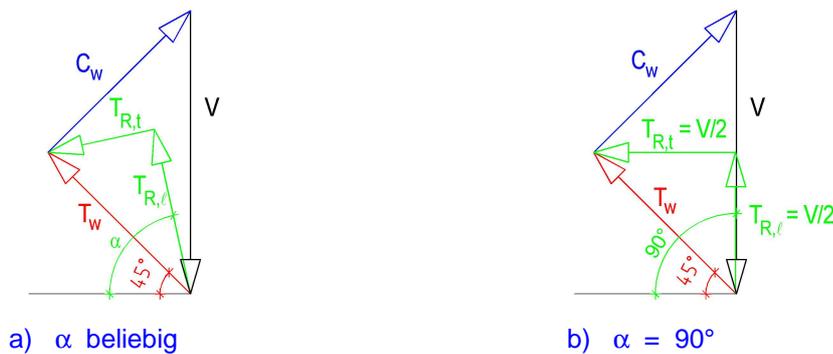
Wie die folgende Gegenüberstellung mit dem entsprechenden Kräfte-dreieck für das *Mörsch'sche* Fachwerk für lotrecht angeordnete Bügel zeigt, führen die geneigten Spannungsfelder zu geringeren Beanspruchungen. Nach der Gesetzmäßigkeit, wonach sich stets Spannungszustände einstellen, die ein Minimum der Formänderungsarbeit erfordern, bevorzugen die Tragsysteme somit die geneigten Spannungsfelder. Sie benötigen dadurch auch keine zusätzliche „Betontagwirkung“.



*Bild 3.5:* Gleichgewicht bei geneigten Spannungsfeldern im Vergleich zum *Mörsch'schen* Fachwerk (bei lotrechter Stegbewehrung)

### 3.4 Stegbemessung auf Zug

Die geneigten Zugfelder werden gesichert, indem die feingliedrige Stegbewehrung die entsprechenden Kräfte über die geneigten Risse des Zustands II.BR überträgt. Dies geschieht mit den beiden Kraftkomponenten  $T_{R,\lambda}$  in Bewehrungslängsrichtung und  $T_{R,t}$  quer (= transversal) zur Bewehrung.



**Bild 3.6:** Bestimmung der Stegbewehrungslängs- und -querkräfte

Nach *Bild 3.6* erhält man bei einem beliebigen Neigungswinkel  $\alpha$  der Stegbewehrung:

$$T_{R,l} = T_w \cdot \cos(\alpha - 45^\circ) = 0,707 \cdot \cos(\alpha - 45^\circ) \cdot V \quad (3.5)$$

und

$$T_{R,t} = T_w \cdot \sin(\alpha - 45^\circ) = 0,707 \cdot \sin(\alpha - 45^\circ) \cdot V \quad (3.6).$$

Für den Fall, dass  $\alpha = 90^\circ$  ist, ergibt sich

$$T_{R,l} = T_{R,t} = 0,5 \cdot V \quad (3.7).$$

Für  $\alpha = 45^\circ$  gilt dagegen

$$T_{R,l} = 0,707 \cdot V; \quad T_{R,t} = 0 \quad (3.8).$$

Die in den Stegbewehrungen wirkenden Längszugkräfte sind somit am größten, wenn die Bewehrung der Richtung des Zugspannungsfeldes folgt und werden für steiler (oder flacher) angeordnete Bewehrungen geringer. Dieser Vorteil muss allerdings dadurch „erkauft“ werden, dass gleichzeitig die quer zur Stegbewehrung wirkende Beanspruchung zunimmt und dadurch die Stegrissbreiten deutlich größer werden, vgl. [1.2].

Man kann wohl davon ausgehen, dass die Komponenten  $T_{R,t}$  für die Bemessung der Bewehrung ohne praktische Bedeutung sind, da sie in den Stäben im Wesentlichen lediglich schräg gerichtete Querdruckspannungen erzeugen. Sie haben jedoch einen ungünstigen Einfluss auf die Tragfähigkeit des Betons, da sie zusätzliche Zug- und Druckspannungen verursachen, die sich den geneigten Steg-Druckspannungsfeldern überlagern.

Die Stegbewehrung muss somit dafür ausgelegt werden, dass sie die resultierenden Kräfte  $T_{R,t}$  mit ausreichender Sicherheit aufnehmen kann. Dazu gehört auch die konstruktive Vorgabe, sie in so engen Abständen anzuordnen, dass jeder mögliche, unter  $45^\circ$  geneigte

Steggriss außer von der Biegezugbewehrung noch von mindestens zwei Stäben der Stegbewehrung gekreuzt werden sollte. Der erforderliche Stegbewehrungsquerschnitt beträgt:

$$A_{sw} = T_{(R,I)d} * s_w / (f_{yd} * z) = 0,707 * \cos(\alpha - 45^\circ) * V_d * s_w / (f_{yd} * z) \quad (3.9).$$

Dies führt bei einer Anordnung rechtwinklig zur Tragwerksachse zu

$$a_{sw,90^\circ} = A_{sw,90^\circ} / s_w = 0,5 * V_d / (f_{yd} * z) \quad (3.10)$$

und bei der Neigung von  $45^\circ$  zu ( $s_w$  hier stets rechtwinklig zur Stabrichtung gemessen)

$$a_{sw,45^\circ} = A_{sw,45^\circ} / s_w = 0,707 * V_d / (f_{yd} * z) \quad (3.11).$$

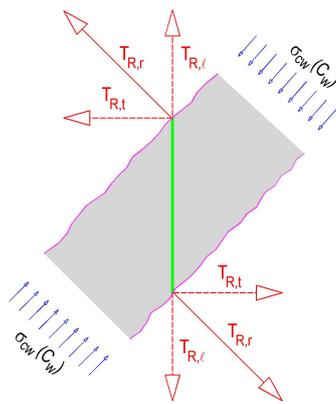
Eine erste Bestätigung für die Richtigkeit dieser Erkenntnisse lässt sich aus den in [1.2] in den Biegebereichen mit Hilfe von Dehnmessstreifen ermittelten Bügelspannungen gewinnen: Bei sonst völlig gleichartigen Verhältnissen weisen diese Spannungen bei den lotrechten Bügeln des Balkens T 1 nur etwa 70 % der entsprechenden Werte des Balkens T 2 auf.

Die mit der vorliegenden Analyse nachgewiesene Existenz von unter  $45^\circ$  geneigten Stegzugfeldern und deren mögliche, in der bisherigen Stahlbetonpraxis überwiegend ausgeführten Absicherung durch Stegbewehrung rechtwinklig zur Tragwerksachse führt zu der interessanten These, dass Stegbewehrung, die parallel zur Tragwerksachse eingebaut wird, in reinen Biegebereichen von Stahlbetontragwerken die gleiche Wirkung erzielen müsste. Sie hätte gegenüber der herkömmlichen Art der Stegbewehrung die Vorteile, dass sie nicht nur sehr viel leichter herzustellen, sondern auch leichter und schneller einzubauen wäre sowie zusätzlich im Biegezugbereich die Rissbreitenentwicklung einschränken würde.

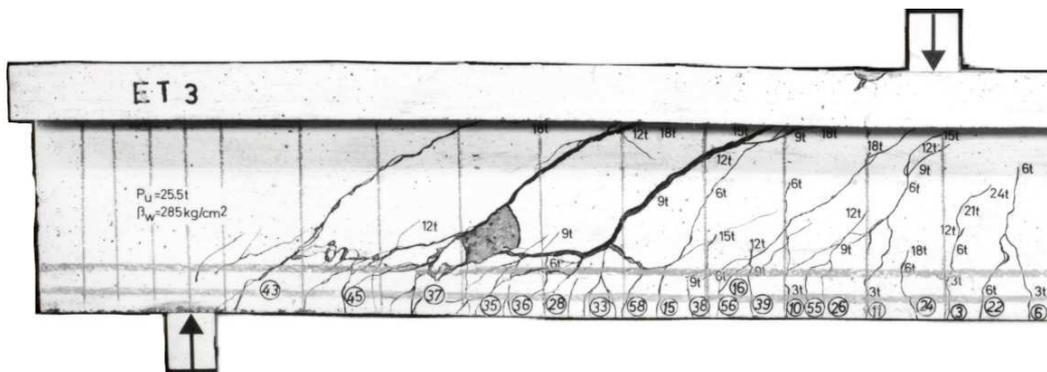
Diese interessante, neuartige Möglichkeit der Bewehrungsführung wird daher im Folgenden in einem gesonderten Kapitel noch weiter gehend erörtert.

### 3.5 Stegbemessung auf Druck

In den vorhergehenden Abschnitten wurde bereits darauf hingewiesen, dass bei Stegbewehrungen, deren Richtung nicht mit derjenigen der unter  $45^\circ$  geneigten Stegzugfelder übereinstimmt, in den Stegrissfeldern in Folge der scheibenartigen Beanspruchung zusätzliche Betonzug- und -druckspannungen entstehen, die sich den ohnehin vorhandenen Stegdruckfeldern überlagern. *Bild 3.7* zeigt schematisch die Einwirkungen eines Stegbewehrungsstabes auf ein Stegrissfeld; im *Bild 3.8* sieht man am Beispiel des Balkens ET 3 aus [1.3] sehr anschaulich, wie ein Rissfeld auf Grund dieser Zusatzbeanspruchung - beginnend an einem Bügel - auf Druck versagt. Es ist somit davon auszugehen, dass die Tragwerke um so eher in Folge dieser Zusatzbeanspruchung versagen, je stärker die Richtung der Stegbewehrung von der Stegzugfeldrichtung abweicht.



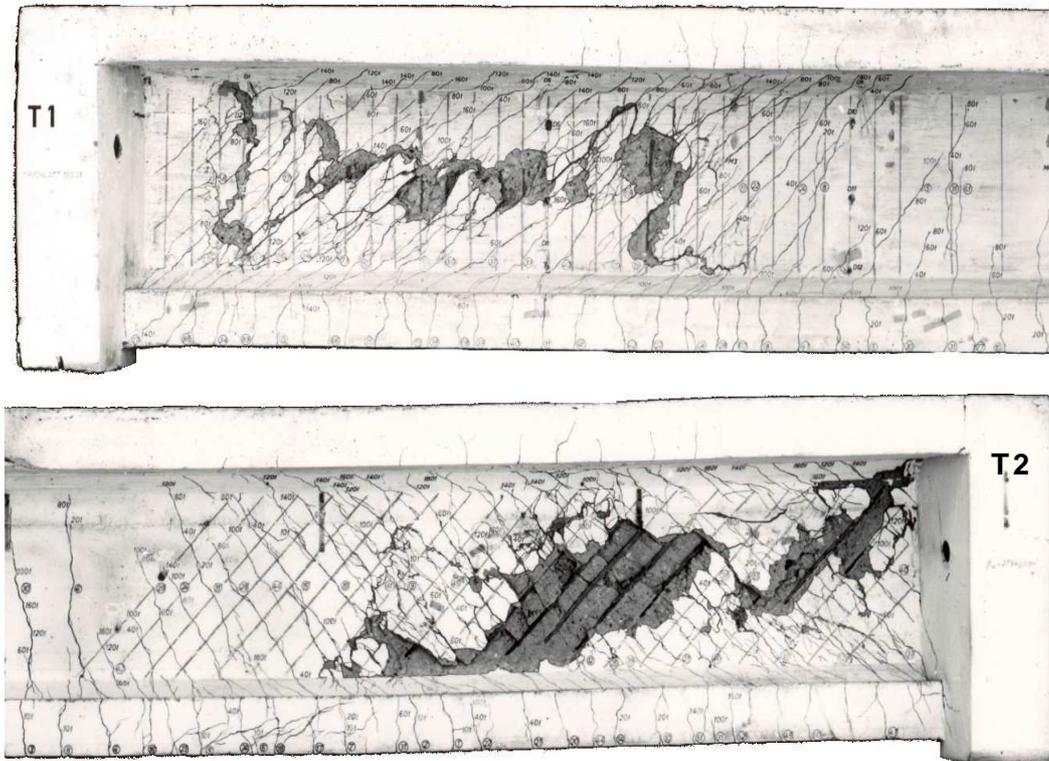
*Bild 3.7:* Einwirkungen auf ein Stegrissfeld für  $\alpha > 45^\circ$



*Bild 3.8:* Bruch eines Stegrissfeldes am Balken ET 3 aus [1.3]

Auch dieser Zusammenhang wird anschaulich bestätigt durch die in [1.2] vorgestellten Versuchsergebnisse. Während der Stegbeton des Balkens T 1 mit seiner rechtwinklig zur Balkenachse angeordneten Stegbewehrung auf Grund der aufgezeigten Zusatzbeanspruchungen bereits bei einer Belastung von 1.600 kN auf Druck versagte, geschah dies beim Balken T 2 erst bei 2.320 kN, also einer nahezu 50 % höheren Bruchlast. Bis auf die unterschiedliche Richtung der Stegbewehrung waren die beiden Balken fast identisch, wobei die Würfeldruckfestigkeit des Balkens T 2 sogar noch rund 10 % kleiner war als diejenige des Balkens T 1. (*Hinweis:* Auf Grund der Auflagerlisenen weisen die beiden Balken indirekte Lagerungen auf; die B-Bereiche reichen daher bis zu den Auflagerlisenen).

Die deutlich unterschiedlichen Formen der Stegdruckbrüche beider Balken sind im *Bild 3.9* gut zu erkennen. Während beim unteren Balken T 2 der Bereich der Betondeckung durch Spaltwirkung der Stegbewehrung praktisch gleichmäßig über die gesamte Bügellänge im Stegbereich wegbrach, zeigt das Bruchbild des Balkens T 1 sehr deutlich, dass jeweils nur einzelne Rissfelder in den Kreuzungsbereichen mit der Stegbewehrung versagten.



*Bild 3.9:* Stegdruckbrüche der Balken T 1 und T 2 aus [1.2]

Bei Tragwerken mit Stegbewehrung in Richtung der unter  $45^\circ$  geneigten Stegzugspannungen entstehen Druckspannungen nur durch die geneigten Stegdruckfelder. Für die in *Glg. 3.4* ermittelte Stegdruckkraft  $C_w$  steht als Fläche zur Verfügung:

$$A_{c_w} = b_w * z / \sqrt{2} \quad (3.12).$$

Die entstehenden Betondruckspannungen betragen somit

$$\sigma_{c_w} (C_w) = V / (b_w * z) \quad (3.13).$$

Bei Tragwerken mit Stegbewehrung, deren Richtungswinkel  $\alpha$  von  $45^\circ$  abweicht, überlagern sich diesen gleichmäßig über die Steghöhe verteilten Stegdruckspannungen zusätzliche Spannungen in Folge der Einwirkung der Kraftkomponenten  $T_{R,t}$  im Bereich der Stegrisse. Da die Kraft  $T_{R,t}$  gemäß *Glg. 3.6* mit der Sinusfunktion des Differenzwinkels ( $\alpha - 45^\circ$ ) zunimmt, nehmen auch die Zusatzbeanspruchungen mit einer entsprechenden Funktion zu. Weiterhin werden diese Zusatzbeanspruchungen direkt beeinflusst von den Durchmessern und den Abständen der Stegbewehrung. Diese beiden Größen bestimmen zusätzlich auch die Rissabstände in den Stegen, die - als Bauteildicke der Risszähne - gleichfalls die Größe der auftretenden Zusatzbeanspruchungen bestimmen. Ohne einschlägige

Versuche sind genauere Festlegungen über die Wirkung dieser Einflussgrößen nicht möglich. Es wird daher als erste einfache Näherung folgender Ansatz für die Gesamttragfähigkeit bezüglich der Stegdruckspannungen gewählt:

$$V_{Rd,max,BR} = b_w * z * \alpha_R * f_{cd} * \cos(\alpha - 45^\circ) \quad (3.14)$$

mit  $\alpha_R = \alpha_c * f_R$  (3.15).

$\alpha_c$  stellt hierbei den Abminderungsfaktor gegenüber der charakteristischen einachsigen Druckfestigkeit  $f_{cd}$  des Betons dar für den Fall, dass rechtwinklig zu den Druckspannungen angeordnete Bewehrungsstäbe durch ihre Spaltwirkung die Tragfähigkeit mindern. In der DIN 1045-1 [2.3] wird dieser Faktor mit der Größe 0,75 angesetzt. In der einschlägigen Literatur wie z. B. [2.6] wird bereits darauf hingewiesen, dass andere Bewehrungsrichtungen ungünstiger sind. Dies soll mit dem zusätzlichen Abminderungsfaktor  $f_R$  erfasst werden, der Einflüsse der Bewehrungsführung abdeckt.



**Bild 3.10:** Stegdruckbrüche der Balken GT 4/1 und GT 4/2 aus [1.3]

Eine erste Überprüfung des Bemessungsvorschlags gemäß *Glg.* (3.14) zeigt die folgende Tabelle an Hand der in der Fachliteratur vorgestellten Versuchsbalken T 1 und T 2 aus [1.2], vgl. *Bild* 3.9, sowie der Balken GT 4/1 und GT 4/2 aus [1.3], s. *Bild* 3.10, die alle Stegdruckbrüche aufweisen. Für diese Auswertung wird zunächst  $f_R = 1,0$  und  $\alpha_c = 0,75$  gesetzt. Als rechnerische Bruchdruckspannung wird eine rechnerische Zylinderdruckspannung verwendet, die aus den angegebenen Würfeldruckfestigkeiten mit einem Umrechnungsfaktor von 0,805 ermittelt wird. Für die Ermittlung nach DIN 1045-1 wird die Druckstrebenneigung gemäß den vorliegenden Erkenntnissen mit  $45^\circ$  angesetzt. Für flacher gewählte Winkel würden sich rechnerisch noch kleinere Bruchlasten ergeben.

Balken	$\alpha$	$s_w$ [cm]	$V_u$ (3.14) [kN]	$V_u$ (DIN) [kN]	$V_{u,test}$ [kN]	$V_{u,test} /$ $V_u$ (3.14)	$V_{u,test} /$ $V_u$ (DIN)
T 1	90 °	8,0	954,5	675,0	820,0	0,86	1,21
T 2	45 °	8,0	1.220,6	1.220,6	1.180,0	0,97	0,97
GT 4/1	90 °	10,0	140,6	99,4	150,5	1,07	1,51
GT 4/2	90 °	10,0	160,8	113,7	183,5	1,14	1,61

*Tabelle 3.1:* Rechnerische und tatsächliche Bruchlasten von Versuchsbalken aus [1.2] und [1.3]

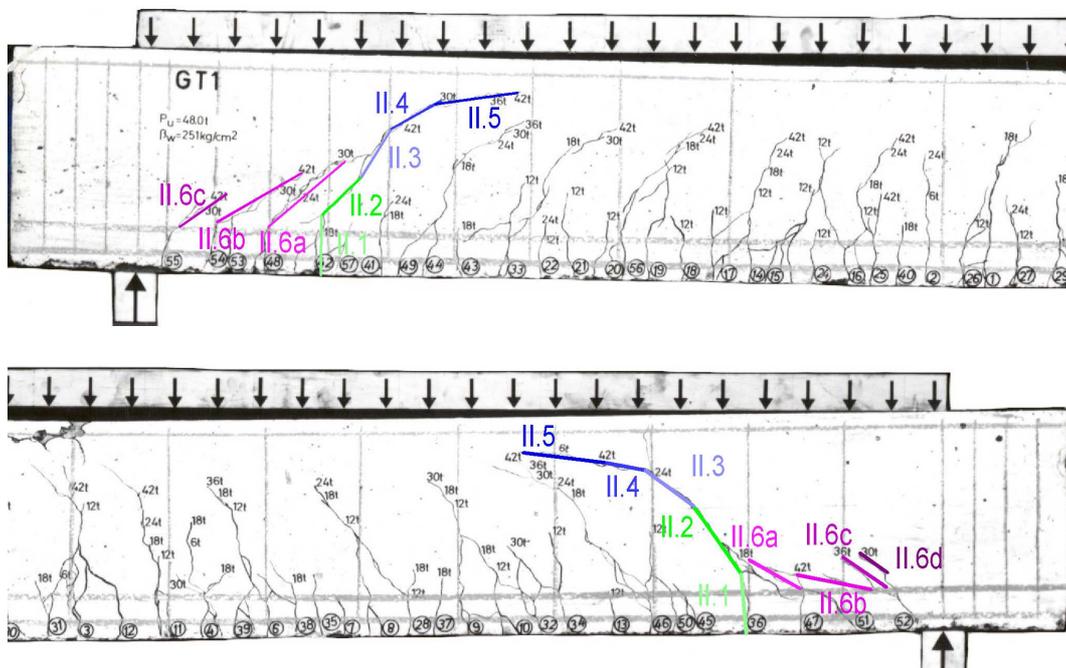
Die Ergebnisse der *Tabelle 3.1* zeigen, dass mit der vorliegenden *Glg. (3.14)* die Stegbruchlasten der ausgewählten Balken gut vorherbestimmt werden können. Sie könnten für die gewählten Beispiele noch verbessert werden, indem die engen Bügelabstände der Balken T 1 und T 2 durch entsprechend angepasste Werte von  $\alpha_R$  gewürdigt werden, bei denen die Eingangswerte  $f_R$  und  $\alpha_c$  auf 0,9 bzw. 0,7 verringert werden. Versuche mit weitergehenden Untersuchungen dieser Zusammenhänge sind selbstverständlich erforderlich.

Da die *Mörsch'sche* Fachwerkanalogie der Druckstrebenmittlung nach DIN 1045-1 uneingeschränkt zu Grunde liegt, werden bei Stegbewehrungen, die rechtwinklig zur Tragwerksachse angeordnet sind, die Spannungen des geneigten Druckfeldes in dem Verhältnis überschätzt, wie dies der entsprechende Vergleich des vorliegenden *Bildes 3.5* anschaulich zeigt. Nur in dem Sonderfall, dass die Richtung der Stegbewehrung dem Zugspannungsfeld folgt, führen beide Ansätze zum gleichen Ergebnis.

## 4. FREI DREHBARE ENDAUFLAGERBEREICHE

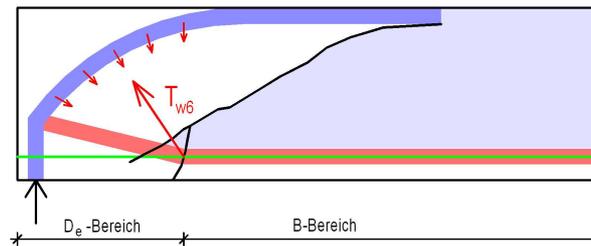
### 4.1 Ausgangssituation: $D_e$ -Bereiche ohne Stegbewehrung

In [21.1] wurde auf der Grundlage zahlreicher durchgeführter Rissbildanalysen gezeigt, dass sich an frei drehbar gelagerten Endauflagern von Stahlbetontragwerken ohne Stegbewehrung die kritischen Risse in klar abgrenzbaren Stufen entwickeln, die als Zustände II.1 bis II.6 bezeichnet wurden. Wie das *Bild 4.1* am Beispiel des Balkens GT 1 aus [1.3] anschaulich zeigt, können sich diese Zustände bei Rechteckquerschnitten mit Stegbewehrung völlig gleichartig einstellen. Sie haben allerdings nicht die entsprechende Bedeutung für die Standsicherheit, wie das bei Systemen ohne Stegbewehrung der Fall ist, da spätestens ab dem Zustand II.4 die vorhandene Stegbewehrung aktiviert wird.



*Bild 4.1:* Balken GT 1 aus [1.3] mit Risszuständen II.1 bis II.6

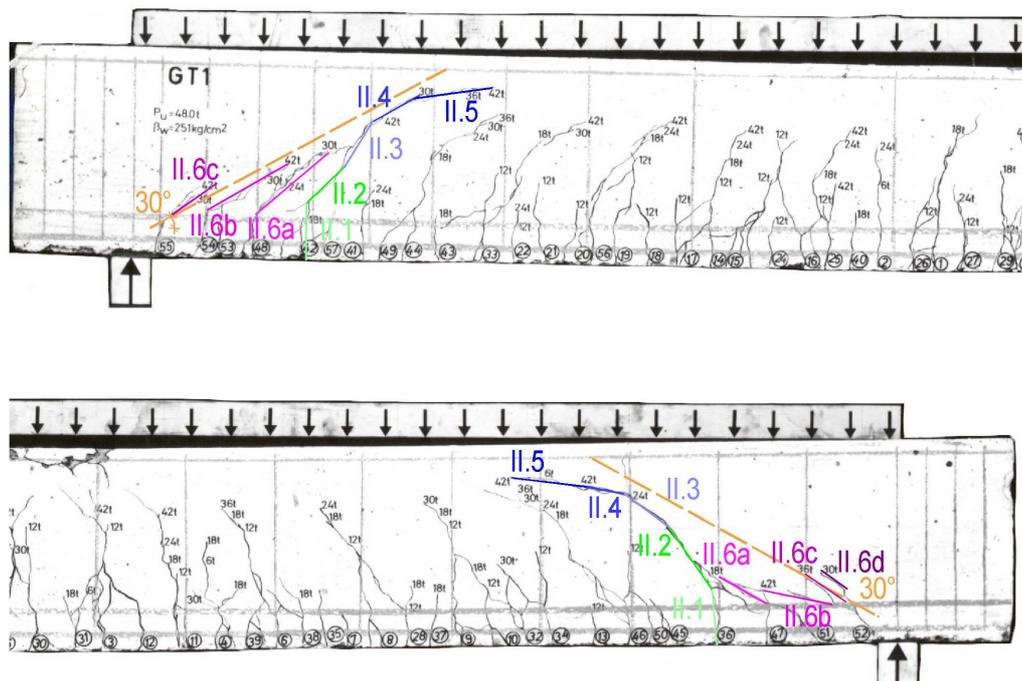
Das *Bild 4.2* zeigt das Tragsystem im Zustand II.6 an frei drehbar gelagerten Endauflagern von Stahlbetontragwerken ohne Stegbewehrung; es stellt sich zwischen Auflager und Biegedruckzone ein Druckgewölbe ein, dessen Umlenkkräfte zum Kreuzungspunkt des kritischen Stegrisses mit der Biegezugbewehrung gerichtet sind. Das System versagt, wenn die von der resultierenden Umlenkkraft  $T_{w6}$  erzeugten Zugspannungen, die unter  $60^\circ$  zur Tragwerksachse geneigt sind, die Betonzugfestigkeit erreichen. In [4.1] wurde gezeigt, wie auf der Grundlage dieser Analyse ein wirklichkeitsnahes Bemessungsmodell entwickelt werden kann, das - wie gleichfalls gezeigt wurde - mit den empirisch gefundenen Ergebnissen, die derzeit noch den Normen zu Grunde liegen, gut übereinstimmt.



**Bild 4.2:** Tragsystem in  $D_e$ -Bereichen ohne Stegbewehrung im Zustand II.6 nach [21.1]

Wie bereits das *Bild 4.1* zeigt, stellt sich das im *Bild 4.2* dargestellte Tragsystem auch ein, wenn Stegbewehrung vorhanden ist. Allerdings führt die Rissbildung in Folge von  $T_{w6}$  nicht zum Versagen, sondern zur Aktivierung der Steg- und auch der Biegezugbewehrung. Das am Tragwerksende leicht nach oben geneigte Zugband wird jedoch durch die Rissbildung unterbrochen und auf die Biegezugbewehrung verlagert.

Am Träger GT 1 im *Bild 4.1* ist weiterhin zu erkennen, dass sich die etwa unter  $30^\circ$  geneigten Risse des Zustandes II.6 mit zunehmender Belastung in Richtung Auflager ausbreiten. Die Aktivierung der Stegbewehrung hat also zur Folge, dass die Basis für die Bogen-Umlenkkräfte immer breiter wird.

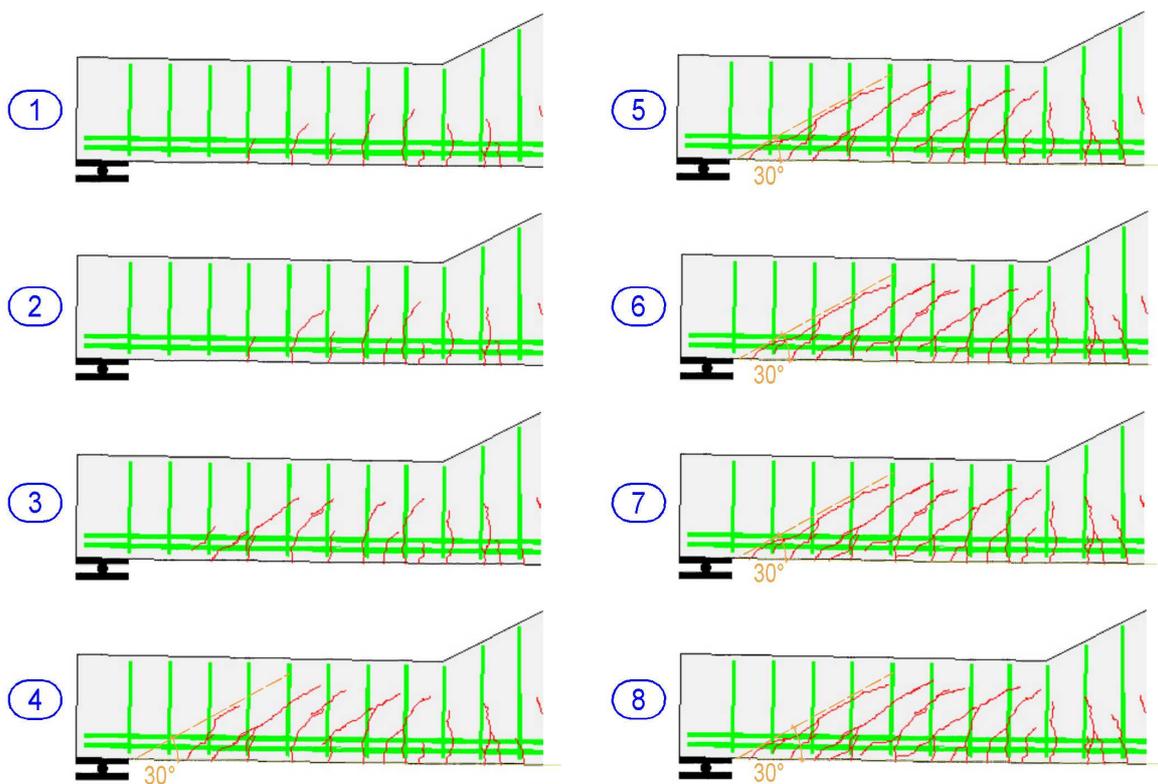


**Bild 4.3:** Balken GT 1 aus [1.3] mit Grenzlinien im Auflagerbereich und mit Richtungslinien der Risse im Biegebereich

Dabei kann man feststellen, dass sich nicht nur die Richtung der im Zustand II.6 entstehenden Risse, sondern im vorliegenden Fall offensichtlich auch diejenige der Risse des Zustandes II.4 von einer Grenzlinie bestimmt werden, die etwa im Schnittpunkt der inneren Auflagerkante mit dem Zuggurt beginnt und gegenüber der Balkenachse eine Neigung von

30 ° aufweist. Im *Bild 4.3* sind diese Grenzlinien im Rissbild des Balkens GT 1 aus [1.3] eingetragen; ihr Einfluss auf die Rissrichtungen ist sehr deutlich zu erkennen. Da Systeme ohne Stegbewehrung versagen, bevor sich dieser Rissverlauf einstellen kann, ist die aufgezeigte Grenzlinie ein qualitativer Hinweis darauf, dass mit Hilfe von ausreichend bemessener Stegbewehrung im  $D_e$ -Bereich Tragsysteme entstehen, die es ohne Stegbewehrung nicht gibt.

Die beschriebene Entwicklung im Endauflagerbereich kann besonders anschaulich gezeigt werden an Hand der stufenweise protokollierten Rissentwicklung an einem Versuchsbalken V 10, der - im hier gezeigten Teil mit Bügel ausgestattet - im Rahmen eines Forschungsprojekts über Bewehrung mit hochfestem Verbund [2.7] geprüft wurde. Hier ist besonders anschaulich zu sehen, wie sich die Risse mit einer Neigung von 30 ° schrittweise über die gesamte Höhe der Zugzone sowie bis unmittelbar vor das Auflager hin entwickeln.



*Bild 4.4:* Rissentwicklung im Auflagerbereich des Balkens V 10 aus [2.7]

Der gesamte D-Bereich an einem direkten, frei drehbaren Auflager ist somit offensichtlich gekennzeichnet durch ein mit 60 ° gegen die Tragwerksachse geneigtes Zugfeld. Dieses Zugfeld erhält sein Gleichgewicht durch einen Druckbogen, der weiter in Richtung zum anschließenden B-Bereich ausgedehnt ist, als dies bei Systemen ohne Stegbewehrung der Fall ist. Um diesem Unterschied in der Bezeichnung Rechnung zu tragen, werden direkte, frei drehbare Endauflager mit ihren Kräfteinleitungsbereichen in Tragwerken mit Stegbewehrung als  **$D_{eR}$ -Bereiche** bezeichnet.

Es stellt sich nun die Frage, welche Geometrie der in den bisher verwendeten Rissbildern nicht direkt erkennbare Druckbogen aufweist.

## 4.2 Der Spannungsverlauf im unmittelbaren Auflagerbereich

Von den zahlreichen Versuchsbalken, die von *Leonhardt* und *Walther* in den Sechziger-Jahren des vergangenen Jahrhunderts untersucht und in der Fachliteratur vorgestellt wurden, erscheint der Balken TA 2 aus [2.2] besonders gut dafür geeignet, die Geometrie der Druckbögen in  $D_{eR}$ -Bereichen aufzuzeigen. Wie das folgende Bild zeigt, entstand über dem in der Darstellung rechts gelegenen Auflager eine gekrümmt verlaufende Rissfolge, die den gesamten Bogen sehr deutlich und anschaulich nachzeichnet.

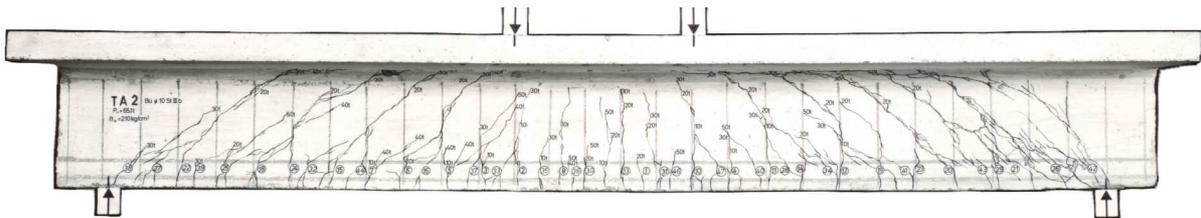


Bild 4.5: Rissbild des Balkens TA 2 aus [2.2]

Man muss also nur noch - wie im folgenden Bild geschehen - diesen Druckbogen nachzeichnen und rechtwinklig zu den unter  $30^\circ$  geneigten, vor dem Auflager befindlichen Rissen das Zugspannungsfeld einzeichnen, das die erforderlichen Umlenkkräfte für den Druckbogen erzeugt. Der Bogen weist demnach über dem Auflager eine Neigung von  $60^\circ$  auf, seine Sehnenlinie ist unter  $30^\circ$  geneigt.

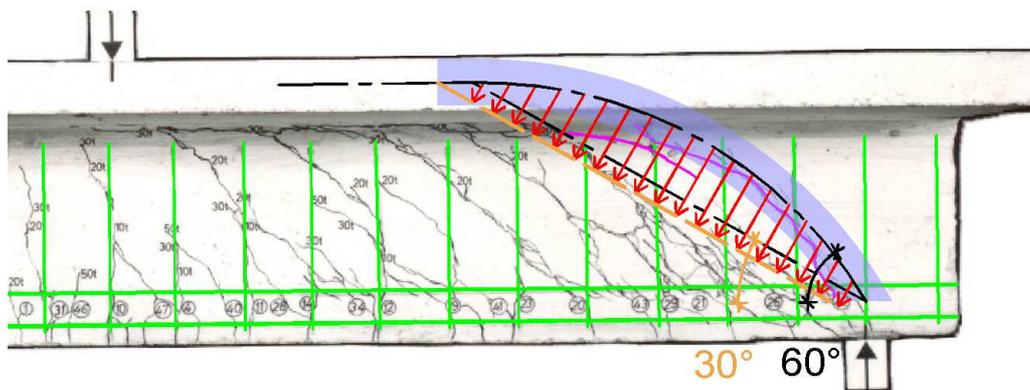
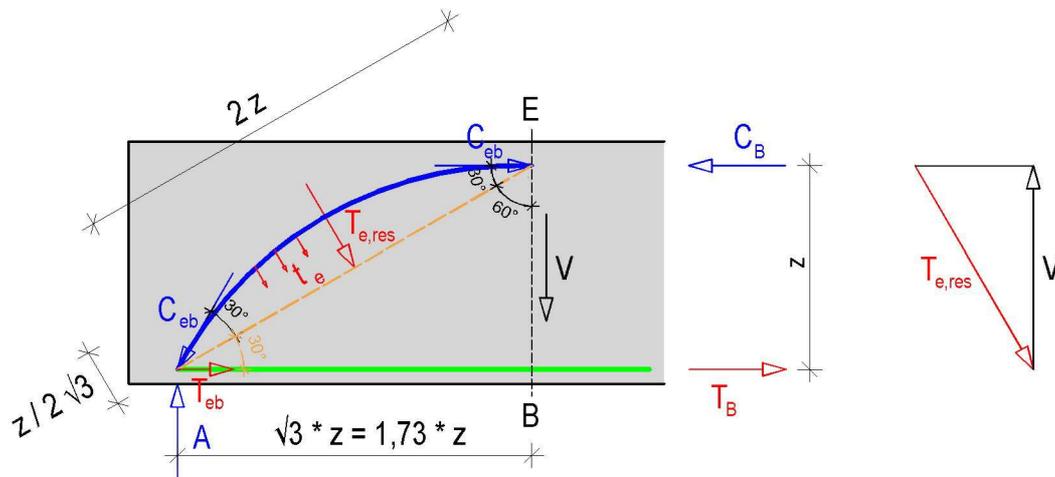


Bild 4.6: Rissbild des Balkens TA 2 mit Druckbogen und Spannungsfeldern

Nicht so ausgeprägt wie hier beim Balken TA 2, aber dennoch im Ansatz sehr deutlich erkennbar sind Risse, die entlang der Auflagerdruckbögen entstanden, auch in den Rissbildern der Balken ET 3, GT 2, GT 3/1, GT 3/2, GT 4/1 und GT 4/2, die in den Bildern 3.2, 3.8 und 3.10 wieder gegeben sind.

Weitere Beispiele sind die meisten Balken der TA-Serie aus [2.2]. Bei allen diesen Balken sind auch die unter  $30^\circ$  geneigten Risse zu sehen, die von den Auflagerzugfeldern verursacht wurden. Diese und weitere Balken sind in der Anlage A.2 dargestellt.

Die in den genannten Balken feststellbaren Zusammenhänge führen zu den im folgenden Bild dargestellten Beanspruchungen und geometrischen Daten.



**Bild 4.7:** Beanspruchungen und geometrische Daten im unmittelbaren Auflagerbereich

Gemäß *Bild 4.7* muss aus Gleichgewichtsgründen die Summe der Vertikalkomponenten der Bogenumlenkkräfte gleich groß sein wie die Querkraft am Bogenende bei  $x = \sqrt{3} * z$  (Schnitt E - B), was ganz gut harmonisiert mit der bisherigen Gepflogenheit, die Querkraft an der Stelle  $x = 1,5 * d$  als maßgebend anzusehen. Lasten, die im Bereich des Druckgewölbes wirken, werden direkt über Druckstreben zum Auflager geleitet.

Die Resultierende der Bogenumlenkkräfte ergibt sich zu

$$T_{e,res} = V / \cos 30^\circ = 2V / \sqrt{3} = 1,155V \quad (4.1).$$

Da die Bogenkämpferkräfte  $C_{eb}$  gegenüber dieser resultierenden Umlenkkräfte jeweils unter  $60^\circ$  geneigt sind, sind sie betragsmäßig gleich groß wie diese Resultierende:

$$C_{eb} = T_{e,res} = 2V / \sqrt{3} = 1,155V \quad (4.2).$$

Am Auflager erhält die Kämpferkraft  $C_{eb}$  ihr Gleichgewicht durch die Auflagerkraft  $A = V$  und einer Zuggurkraft

$$T_{eb} = A / \sqrt{3} = V / \sqrt{3} \quad (4.3).$$

Im Schnitt E - B ergeben sich aus den Gleichgewichtsbedingungen die Gurtkräfte  $C_B$  und  $T_B$  zu

$$C_B = T_B = A * \sqrt{3} = \sqrt{3} * V \quad (4.4).$$

Man kann nun leicht feststellen, dass die im Schnitt E - B in den Biegedruckgurt einmündende obere Bogenkämpferkraft  $C_{eb}$  gemäß *Glg. (4.2)* der Biegedruckkraft  $C_B$  an dieser Stelle nicht das volle Gleichgewicht bietet, sondern nur zwei Drittel abdeckt. Das verbleibende Drittel der Biegedruckkraft muss also anderweitig das Gleichgewicht erhalten.

Sinngemäß kann festgestellt werden, dass nur ein Drittel der im Schnitt E - B wirkenden Biegezugkraft im Auflagerpunkt ihr Gleichgewicht findet. Somit muss zwischen Auflagerpunkt und dem Schnitt E - B eine Differenzzugkraft der Größe  $(2 * V / \sqrt{3})$  durch angreifende Stegspannungen das Gleichgewicht erhalten.

### 4.3 Übergangszone zwischen Biege- und $D_{eR}$ -Bereich

Um herausfinden zu können, wie die aufgezeigten Differenzgurtkräfte ihr Gleichgewicht erhalten, ist es notwendig festzustellen, welche Spannungszustände den Übergang zwischen den betrachteten  $D_{eR}$ -Bereich und dem anschließenden Biegebereich gewährleisten.

Wie in der vorliegenden Stahlbetonanalyse üblich, soll auch der Spannungszustand, der den Übergang zwischen unmittelbaren Auflagerbereichen und den jeweils anschließenden Biegebereichen charakterisiert, mit Hilfe von dokumentierten Rissbildern von Versuchsbalken rekonstruiert werden. Hierbei ist ein weiteres Mal darauf hinzuweisen, dass die große Mehrzahl der dokumentierten Versuchsbalken keine ungestörten Biegebereiche aufweist, da die Belastung in Form von Einzellasten aufgebracht wurde. Allerdings schließt die Überlagerung von Biegebereichen mit Strebensystemen nicht grundsätzlich aus, dass derartige Versuchsbalken dennoch charakteristische Rissbilder für rein biegebeanspruchte Tragwerke aufweisen.

Das folgende Bild zeigt die Endauflagerbereiche der Balken 66/1 und 66/2 aus [3.1]. Vom Schnittpunkt der vorderen Auflagerkante mit dem Zuggurt - also der Unterkante des Auflagerdruckbogens - wurde jeweils eine unter  $30^\circ$  zur Balkenachse geneigte, gelb gestrichelte Linie eingetragen. Man kann erkennen, dass diese Linie jeweils ziemlich genau dem auflagernächsten Riss folgt. Die übrigen eingezeichneten (blauen) Linien sind jeweils unter  $45^\circ$  zur Balkenachse geneigt.

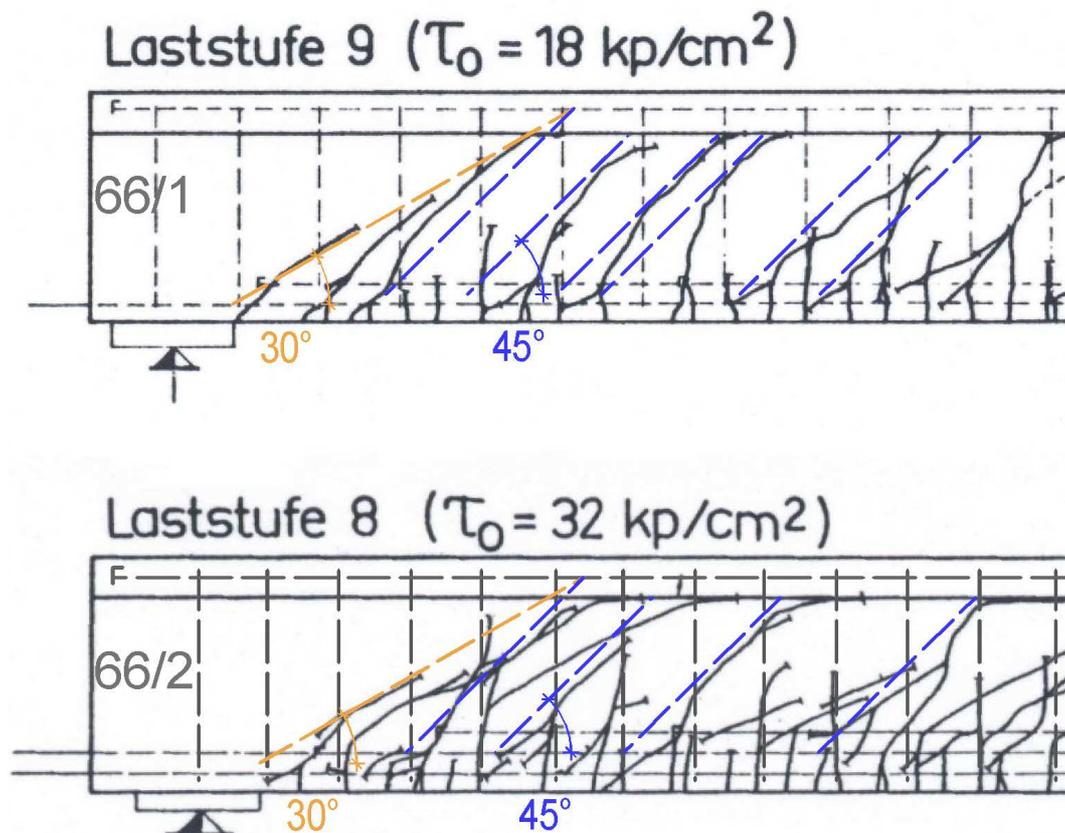
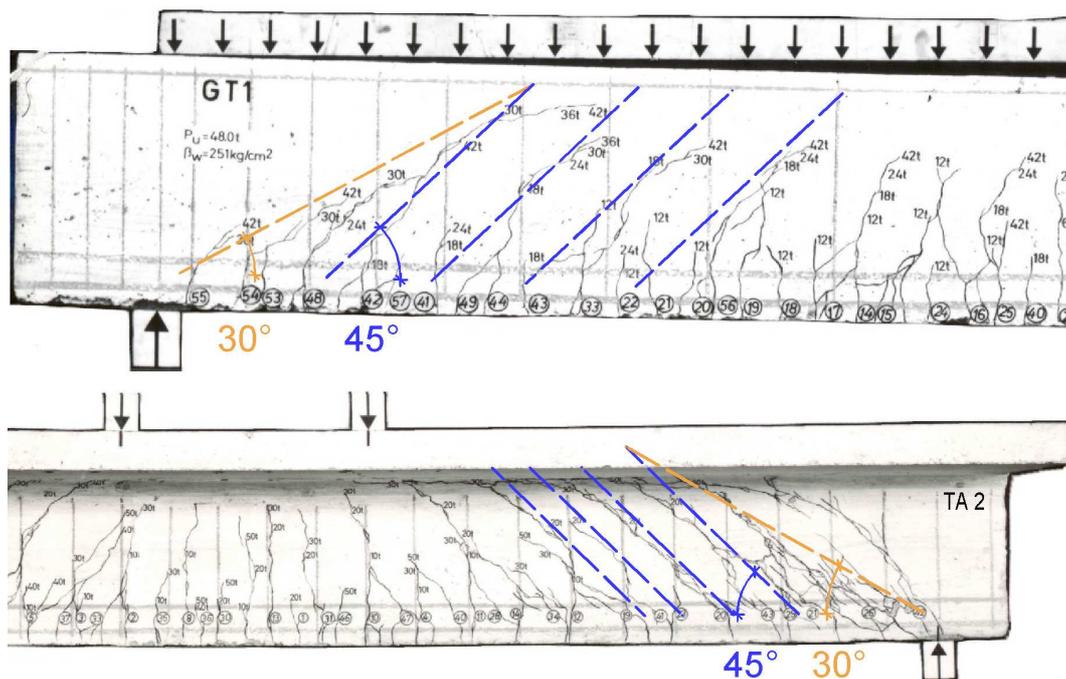


Bild 4.8: Rissbilder und -richtungen in Auflagernähe der Balken 66/1 und 66/2 aus [3.1]

Aus diesen Beispielen kann abgeleitet werden, dass der Biegereich mit seinen unter  $45^\circ$  zur Balkenachse geneigten Hauptzug- und -druckspannungen ohne weiteren Übergangsbereich bis unmittelbar zum Beginn des Auflagerdruckbogens reicht, denn vom oberen Endpunkt des Auflagerdruckbogens laufen jeweils noch unter  $45^\circ$  geneigte Risse in den Steg bis zum Zuggurt.

Dass dies kein - möglicher Weise durch den gewählten Versuchsaufbau bestimmtes - Zufallsergebnis darstellt, beweisen zahlreiche weitere dokumentierte Rissbilder von Versuchsbalken. Entsprechende Beispiele sind in der *Anlage A.3* zusammengestellt. Das folgende Bild zeigt die entsprechenden Verhältnisse für die Balken GT 1 aus [1.3] und TA 2 aus [2.2].



**Bild 4.9:** Rissbilder und -richtungen in Auflagernähe der Balken GT 1 aus [1.3] und TA 2 aus [2.2]

In allen hier gezeigten Rissbildern ist zumindest andeutungsweise festzustellen, dass die Risse zwischen den unter  $45$  und  $30^\circ$  zur Balkenachse geneigten Linien fächerförmig verlaufen; besonders deutlich ist dies beim Balken 66/1 im *Bild 4.8* zu erkennen. Daraus ist zu schließen, dass die zugehörigen Zugspannungen in diesem Bereich gekrümmt verlaufen und ihre Richtung sukzessive von der  $45^\circ$ -Neigung auf  $60^\circ$  verändern. Um dies zu veranschaulichen, sind im folgenden Bild die Zugspannungslinien jeweils genau rechtwinklig zu den vorhandenen Rissen im Auflagerbereich des Versuchsbalkens 66/1 aus [1.3] dargestellt. Wenn somit in diesem Bereich gekrümmte Zugspannungstrajektorien vorhanden sind, gibt es auch rechtwinklig dazu verlaufende, gekrümmte Druckspannungstrajektorien.

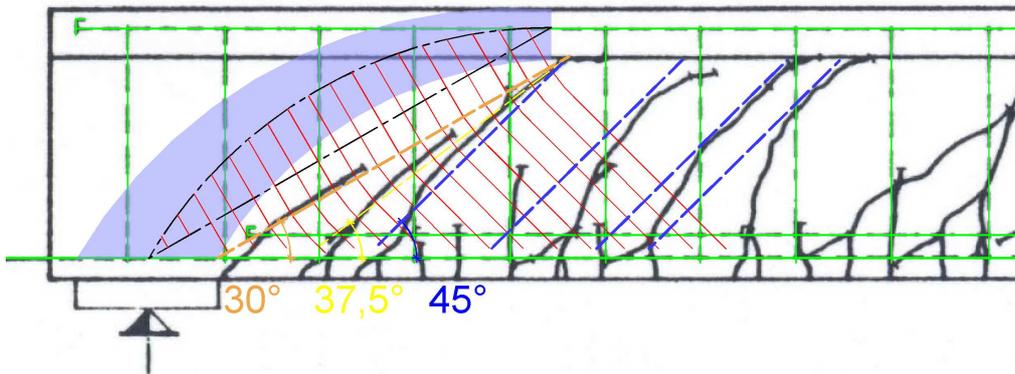


Bild 4.10: Zugspannungen rechtwinklig zu den Rissen des Balkens 66/1 aus [3.1]

Diese Überlegungen führen zu dem im Bild 4.11 dargestellten Spannungszustand zwischen frei drehbaren Auflagern und anschließenden Biegebereichen. Das Bild zeigt auch sehr anschaulich, dass die Differenzkraft zwischen Biegedruckkraft und Bogenkämpferkraft im Schnitt E - B benötigt wird für gekrümmt verlaufende Stegdruckspannungen, die die erforderliche Umlenkung der Stegzugspannungen von 45 ° auf 60 ° sicher stellen.

Weiterhin kann gut nachvollzogen werden, dass die Biegezugkraft von ihrem Wert ( $\sqrt{3} * V$ ) im Schnitt E - B bis zur Stelle  $x = (\sqrt{3} - 1) * z$  um den Betrag  $V$  verringert wird. Sie wird von dieser Stelle bis zum Auflagerpunkt durch gekrümmt angreifende Stegdruck- und -zugspannungen weiter abgemindert bis auf den Wert  $(V / \sqrt{3})$ .

Mit diesen Erkenntnissen können nun alle für die Bemessung von  $D_{eR}$ -Bereichen maßgebenden Größen bestimmt werden.

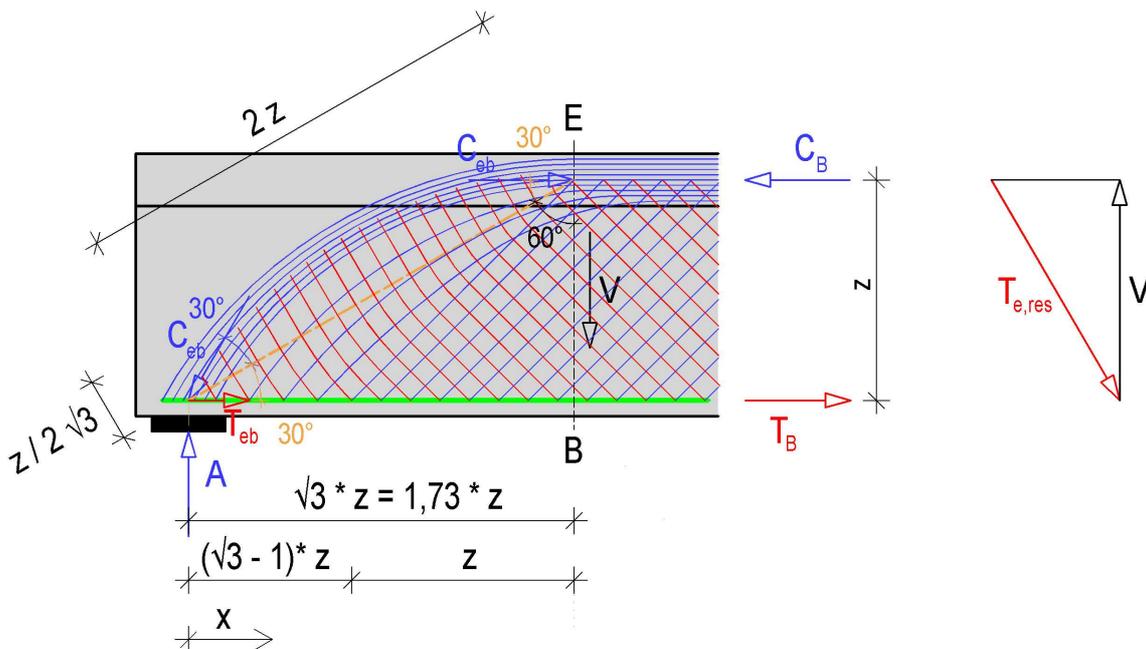


Bild 4.11: Gesamter Spannungszustand von  $D_{eR}$ -Bereichen

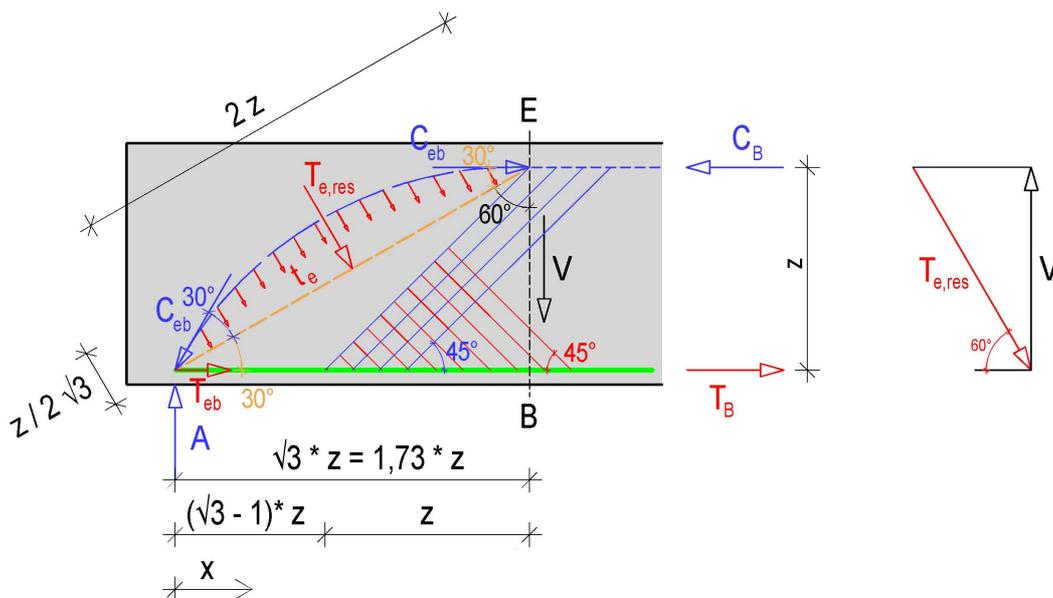
#### 4.4 Bemessung der $D_{eR}$ -Bereiche auf Zug

Für das im *Bild 4.11* mit roter Farbe dargestellte Zugfeld muss Stegbewehrung eingebaut werden. Im Bereich des Druckbogens sind die Zugspannungen um  $60^\circ$  gegenüber der Tragwerksachse geneigt. Man kann davon ausgehen, dass sie - um das Minimum der Formänderungsarbeit zu erreichen - über die Bogenlänge gleichmäßig verteilt sind.

Aus Gleichgewichtsgründen muss die Summe der Vertikalkomponenten der Bogenumlenkkräfte gleich groß sein wie die Querkraft am Bogenende bei  $x = \sqrt{3} * z$  (vgl. *Bild 4.12*), was ganz gut harmonisiert mit der bisherigen Gepflogenheit, die Querkraft an der Stelle  $x = 1,5 * d$  als maßgebend anzusehen. Lasten, die im Bereich des Druckgewölbes wirken, werden direkt über Druckstreben zum Auflager geleitet.

Die Resultierende der Bogenumlenkkräfte  $T_{e,res}$  ergibt sich gemäß *Glg. 4.1* zu  $2V / \sqrt{3}$ . Die unter  $60^\circ$  gegenüber der Tragwerksachse geneigten Zugfeldkräfte ergeben sich oberhalb der Bogensehnenlinie hieraus zu

$$t_e = T_{e,res} / 2z = V / \sqrt{3} * z = 0,577 V / z \quad (4.5).$$



*Bild 4.12:* Zugbeanspruchungen in  $D_{eR}$ -Bereichen

Die dafür erforderliche Stegbewehrung beträgt in Analogie zur zuvor durchgeführten Betrachtung für die Biegebereiche:

$$a_{sw} = t_{ed} / f_{yd} = 0,577 * \cos(\alpha - 60^\circ) * V_d / (f_{yd} * z) \quad (4.6).$$

Dies führt bei einer Anordnung der Stegbewehrung rechtwinklig zur Tragwerksachse zu

$$a_{sw,90^\circ} = 0,5 * V_d / (f_{yd} * z) \quad (4.7)$$

und bei der Neigung von  $60^\circ$ , also in Richtung der Zugfeldkräfte, zu ( $s_w$  rechtwinklig zur Stabrichtung gemessen)

$$a_{\text{sw},60^\circ} = 0,577 * V_d / (f_{yd} * z) \quad (4.8).$$

Obwohl sich die physikalischen Grundlagen für die Ermittlung der Stegbewehrungen in Biegebereichen und Endauflagerbereichen deutlich unterscheiden, ergeben sich bei rechtwinklig zur Tragwerksachse angeordneter Stegbewehrung nach den *Gln.* (3.10) und (4.7) in beiden Bereichen die gleichen Bewehrungsmengen. Sie sind jeweils halb so groß wie nach der *Mörsch'schen* Fachwerkanalogie.

Bei der im vorigen Kapitel durchgeführten Analyse der Biegebereiche konnte festgestellt werden, dass Stegbewehrungen rechtwinklig zur Tragwerksachse die Zugfelder mit einem Winkel von  $45^\circ$  kreuzen und daher theoretisch die gleiche Tragwirkung mit entsprechender Bewehrungsmenge parallel zur Tragwerksachse zu erwarten ist. (Ggf. kann zusätzlich eine Gurtanschlussbewehrung erforderlich werden.) Dies trifft auf Grund der Zugspannungsneigung von  $60^\circ$  in den  $D_{eR}$ -Bereichen nicht mehr zu. Sollte sich die Wirkungsweise der theoretisch für die Biegebereiche abgeleiteten achsparallel angeordneten Stegbewehrung durch Versuche bestätigen lassen, müsste man wohl trotzdem davon ausgehen, dass in den  $D_{eR}$ -Bereichen auf eine Länge von rund  $1,5 * d$  neben den Endauflagern lotrechte Stegbewehrung einzubauen ist.

Da der Auflagerdruckbogen über dem Auflager eine Neigung von  $60^\circ$  aufweist, entsteht dort in Richtung der anschließenden Biegezugbewehrung aus der Wirkung des geneigt angreifenden Druckbogens eine Zugkraft in der Größe von

$$T_{\text{eb}} = V / \sqrt{3} \quad (4.9).$$

Auch diese Kraft ist somit kleiner als nach der *Mörsch'schen* Fachwerkanalogie. Allerdings wird diese Kraft in der Regel noch überlagert durch Zugkraftkomponenten aus der Belastung, die im Bereich des Druckbogens vorhanden ist und über geneigte Druckstreben in das Auflager geleitet werden. Weiterhin ist zu beachten, dass Normalzugkräfte, die von dem biegebeanspruchten Tragwerk in das betrachtete Auflager geleitet werden, über dem Auflager gleichfalls der Zuggurkraft überlagert werden. In der Summe ergibt sich der im folgenden Bild dargestellte Verlauf der Zuggurkraft in den  $D_{eR}$ -Bereichen.

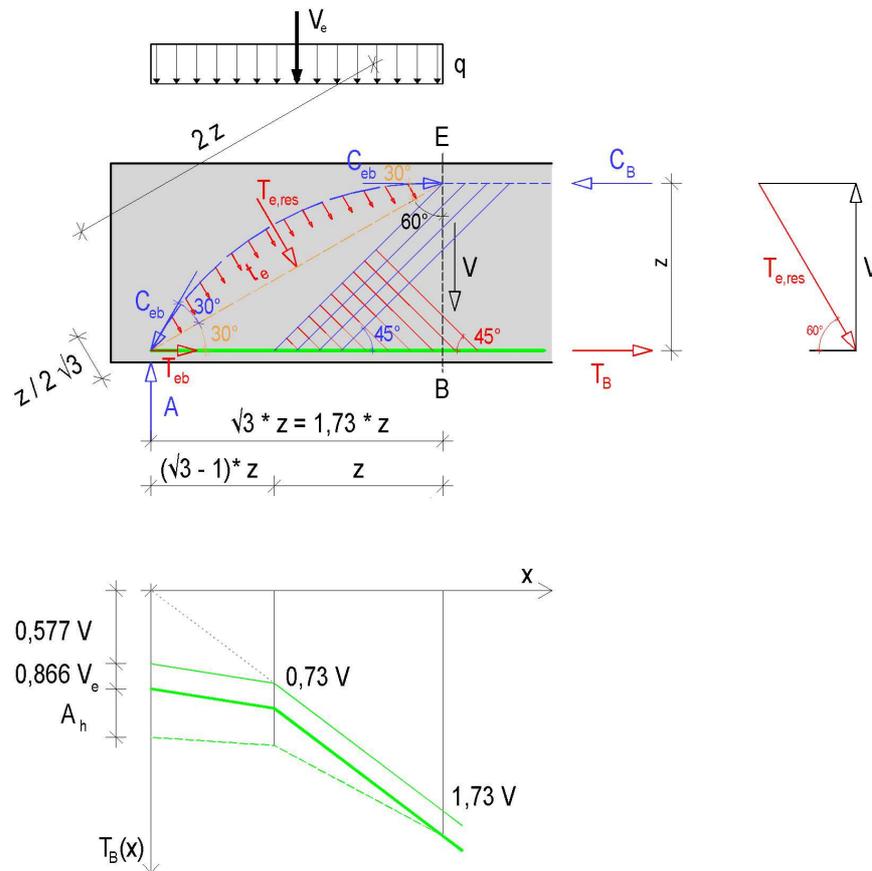


Bild 4.13: Verlauf der Zugkraft in  $D_{eR}$ -Bereichen

Als einfache Näherung für die Bemessung kann für die Zugkraftkomponente am Auflagerpunkt angesetzt werden:

$$T_e = 0,7 \cdot A_v + A_h \quad (4.10).$$

## 4.5 Bemessung der $D_{eR}$ -Bereiche auf Druck

In den  $D_{eR}$ -Bereichen gibt es drei unterschiedliche, Druck beanspruchte Stegbereiche, nämlich einerseits den Auflagerdruckbogen, andererseits das den Biegebereichen entsprechende, unter  $45^\circ$  zur Tragwerksachse geneigte Druckfeld und die gekrümmt verlaufenden Stegdruckspannungen unterhalb des Druckbogens. Letztere können jedoch keine höheren Stegdruckspannungen erzeugen als das unter  $45^\circ$  zur Tragwerksachse geneigte Druckfeld, dessen Bemessung vollständig den Biegebereichen entspricht. Somit verbleibt für die Bemessung der  $D_{eR}$ -Bereiche auf Druck lediglich der Auflagerdruckbogen.

Da der Druckbogen über dem Auflager gegenüber der Tragwerksachse mit  $60^\circ$  geneigt ist, vergrößert sich die Kämpferkraft des Bogens gegenüber der vertikalen Auflagerkraftkomponente  $A_V$  näherungsweise zu

$$C_{eb} = A_V / \cos 30^\circ = 2 A_V / \sqrt{3} = 1,155 A_V \quad (4.11).$$

Dabei ist zu beachten, dass die Auflagerkraft  $A_V$  in Folge der Lasten, die im Bereich des Druckgewölbes wirken, in der Regel größer ist als die für das Druckgewölbe maßgebende Querkraft.

Der zu  $C_{eb}$  gehörige Bemessungswert darf in der vorhandenen Betondruckfläche den Bemessungswert der Betondruckfestigkeit nicht übersteigen. Wenn die Stegbreite im gesamten Verlauf des Auflagerdruckbogens konstant ist, wird dies mit dem Nachweis der Auflagerpressung erledigt. Dabei sollte jedoch in der Regel nicht von einer Teilflächenbelastung ausgegangen werden, da sich der Bogenquerschnitt nicht stark ausbreitet.

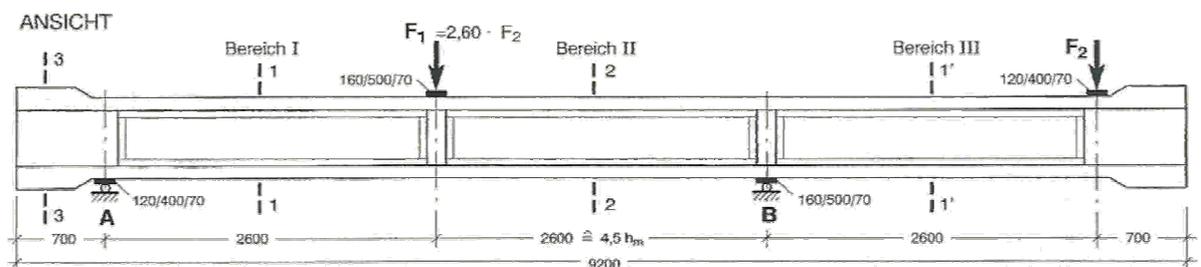
Kritisch können die Druckspannungen insbesondere dann werden, wenn für den Auflagerdruckbogen bereichsweise nur dünnere Stegbereiche zur Verfügung stehen, wie dies offensichtlich bei den Balken GT 4/1 und GT 4/2 (s. *Bild 3.10*) der Fall war. Es sollten dann die Druckspannungen aus  $C_e$  aus *Glg. (4.11)* für eine Fläche ( $\min b_w * 0,2 d$ ) nachgewiesen werden, wobei der Faktor  $\alpha_R$  nach *Glg. (3.15)* berücksichtigt werden sollte. (Die vorgeschlagene Bogendicke von  $0,2 d$  ergibt sich aus der für diesen Bereich üblichen Näherung, wonach  $z = 0,9 d$  gesetzt wird, woraus sich die halbe Bogendicke zu  $0,1 d$  ergibt.)

## 4.6 Indirekte Lagerungen an Tragwerksenden

Indirekte Lagerungen haben zur Folge, dass sich die Stege in Auflagernähe nicht in gleicher Weise verformen können, wie dies bei direkten Lagerungen der Fall ist. Wie in [21.1] gezeigt wurde, stellen sich daher in der Nähe von indirekten Lagerungen nicht nur im Zustand I, sondern auch im Zustand II die gleichen Spannungszustände ein wie in den Biegebereichen.

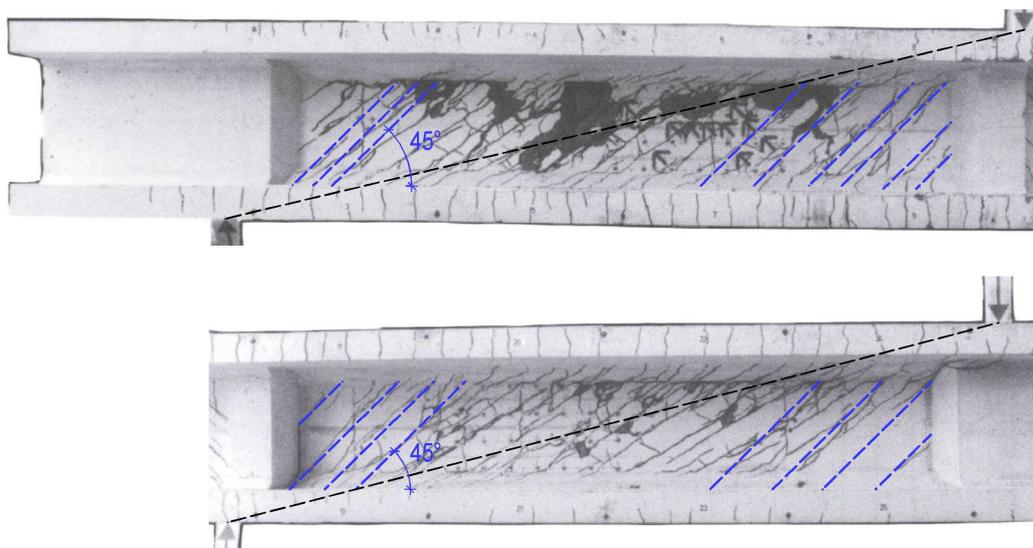
Dieser Zusammenhang wird sehr anschaulich dokumentiert durch die Rissbilder der Balken T 1 und T 2 aus [1.2], die u. a. im vorliegenden *Bild 1.1* wieder gegeben sind: Die unter  $45^\circ$  zur Balkenachse geneigten Risse der Biegebereiche sind bis zum Anschnitt an die Auflagerisenen, die indirekte Lagerungen darstellen, ungestört vorhanden.

Ein weiteres anschauliches Beispiel liefern *Reineck, Wohlfahrt* und *Hardjasaputra* mit dem in [4.2] vorgestellten Versuchs balken, s. *Bild 4.14*. In den Bereichen der Lasteinleitung und den Auflagern befinden sich Stegverstärkungen, die gegenüber den Stegbreiten in den beiden Seitenfeldern den fünffachen Wert aufweisen und daher durch die Verformungsbehinderung indirekte Lager darstellen.



*Bild 4.14:* Stahlbetonversuchsbalken aus [4.2]

Das folgende Bild zeigt die für die beiden Seitenfelder dokumentierten Rissbilder.



*Bild 4.15:* Rissbilder in den Bereichen I und III des Stahlbetonversuchsbalkens aus [4.2]

Wie die jeweils in der Nähe der Lisenen in hellblauer Farbe eingetragenen Linien belegen, entstanden die in diesen Bereichen vorhandenen Risse in Folge von Zugspannungen, die unter  $45^\circ$  zur Balkenachse geneigt waren.

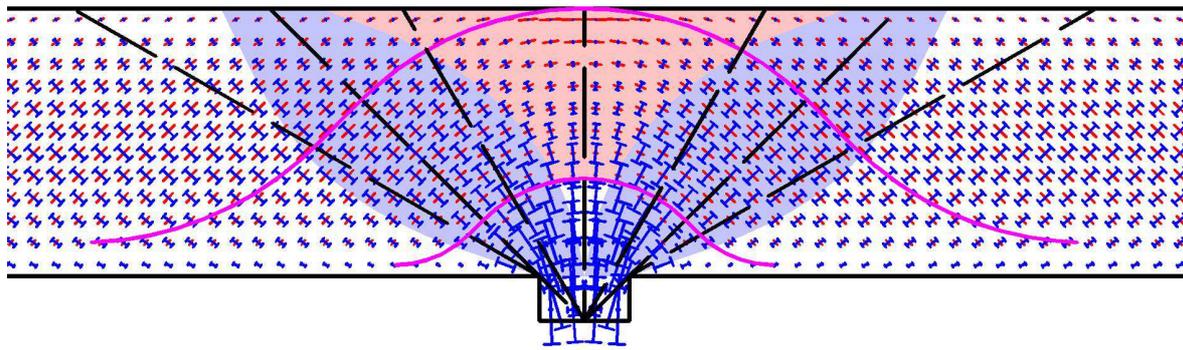
Die in beiden dargestellten Bereichen des Versuchsbalkens erkennbaren Stegdruckbrüche befinden sich überwiegend auf den in schwarzer Farbe gestrichelt eingetragenen Verbindungslinien zwischen Belastung und Auflager. Dies belegt, dass sich in den Feldern zwischen Belastung und Auflager keine reinen Biegebereiche einstellten; vielmehr waren diese durch Druckstreben überlagert, die den gestrichelten Linien folgten. Diese überlagerten Druckstreben sind die Ursache dafür, dass sich in den Feldbereichen die Zugspannungen steiler eingestellt haben als in ungestörten Biegebereichen. Dies ist erkennbar in den Rissneigungen, die flacher als unter  $45^\circ$  zur Balkenachse verlaufen.

In den Anschlussbereichen zu indirekten, frei drehbaren Endauflagern biegebeanspruchter Stahlbetonkonstruktionen stellen sich somit die gleichen, jeweils unter  $45^\circ$  zur Balkenachse geneigten Zug- und Druckfelder ein wie in den ungestörten Biegebereichen. Die Stege sind somit genau gleichartig zu bemessen wie in den Biegebereichen. Es gelten auch hier die im vorliegenden *Kapitel 3* abgeleiteten Konstruktions- und Bemessungsregeln.

## 5. INNEN ANGREIFENDE EINZELLASTEN (INNENSTÜTZEN)

### 5.1 Ausgangssituation: $D_I$ -Bereiche im Zustand I

In [21.1] wurde gezeigt, dass bei Tragwerken im Zustand I die Auflagerkräfte von Innenstützen anteilig über ein Zuggewölbe (im *Bild 5.1* in Magenta dargestellt) und über Druckstreben (blau) eingeleitet werden, die etwa unter  $45^\circ$  zur Tragwerksachse geneigt sind. Bei dem im *Bild 5.1* wiedergegebenen Beispiel aus [21.1] hat sich bei den beispielhaft gewählten geometrischen Verhältnissen - z. B. Auflagerbreite zu Balkenhöhe - ergeben, dass beide Tragsysteme jeweils etwa die halbe Auflagerlast einleiten.



*Bild 5.1:* Kräfteinleitung über Innenstützen mit Zuggewölbe und Druckstreben nach [21.1]

Man kann annehmen, dass bei zunehmender Auflagerbreite der Lastanteil des Zuggewölbes immer geringer wird, da die größere Breite größere Formänderungsarbeit erfordert. Von daher dürfte beispielsweise bei Innenstützen von Flachdecken, bei denen die Stützenbreiten im Verhältnis zur Deckendicke vergleichsweise groß sind, der Anteil des Zuggewölbes an der Kräfteinleitung gering sein und es stellen sich schon im Zustand I hauptsächlich die geneigten, kegelförmig angeordneten Druckstreben ein.

Die im Allgemeinen vorhandene Überlagerung des Zuggewölbes mit den Druckstreben führt im Übrigen dazu, dass sich im Zustand I im Bereich der unter  $45^\circ$  zur Tragwerksachse geneigten Druckstreben die zugehörigen Querzugspannungen mit den Zugspannungen des Zuggewölbes überlagern. Man kann daher erwarten, dass sich Kräfteinleitungsrisse bevorzugt auf den von den Auflagern ausgehenden  $45^\circ$ -Linien einstellen.

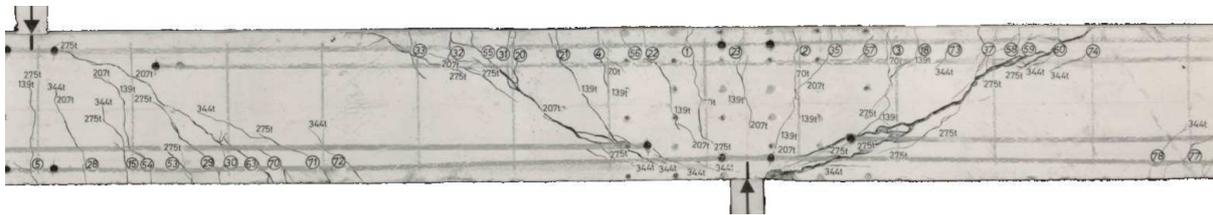
Risse, die sich bei den Stahlbetonkonstruktionen in der Biegezugzone über den Innenstützen bereits bei vergleichsweise geringer Belastung zunächst rechtwinklig zum Rand und dann radial gerichtet einstellen, unterbinden die Tragwirkung des Zuggewölbes; man muss somit davon ausgehen, dass es für das Stegtragverhalten im Zustand II keine Rolle spielt.

Bei der Analyse von Rissbildern im Bereich von Innenstützen ist es dennoch vorteilhaft, die Existenz des Zuggewölbes und der geneigten Druckstreben im zunächst ungerissenen Zustand zu kennen, da es hilft, die Rissbildentwicklung nachvollziehen zu können.

## 5.2 Beispielhafte Rissbilder für $D_{iR}$ -Bereiche

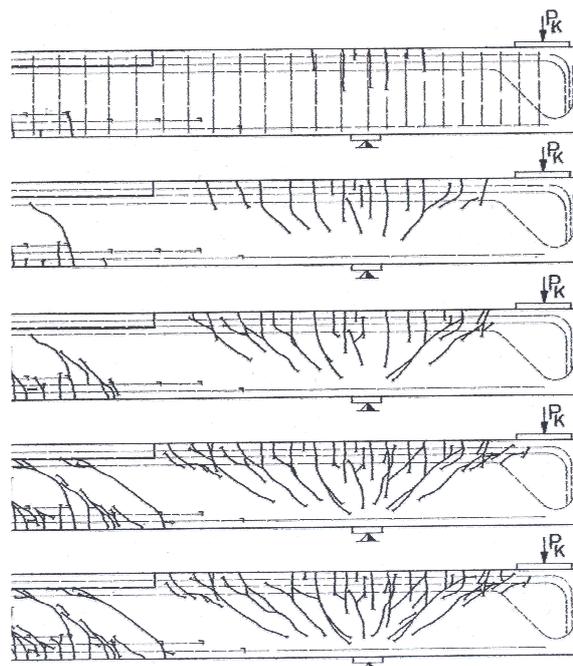
Eine Vielzahl von Rissbildern von Stahlbeton-Durchlaufträgern wurde von *Leonhardt, Walther* und *Dilger* in [5.1] vorgestellt. Bei vielen dieser Versuchsbalken weisen allerdings die eingeleiteten Einzellasten im Verhältnis zur Balkenhöhe einen vergleichsweise kleinen Abstand zu den Auflagern aus, so dass sich - wie in [21.1] gezeigt wurde - spezielle, systembedingte Tragsysteme einstellen, die so nicht entstehen, wenn an die Innenstützenbereiche Biegebereiche anschließen. Letzteres ist jedoch in der Praxis der Regelfall.

Wie aber die zahlreichen, in der *Anlage A.3* zusammengestellten Beispiele zeigen, haben diese Sonderfälle meist nur einen geringen verändernden Einfluss auf die Rissbilder im unmittelbaren Bereich über den Innenstützen. Um diese denkbare Störung möglichst gering zu halten, wird zunächst das Rissbild über dem Innenaufleger des Balkens HH 5 aus [5.1] betrachtet, bei dem der Abstand der Einzellast vom Innenaufleger mehr als das Fünffache der statischen Nutzhöhe beträgt.



*Bild 5.2:* Rissbild des Balkens HH 5 aus [5.1] über dem Innenaufleger

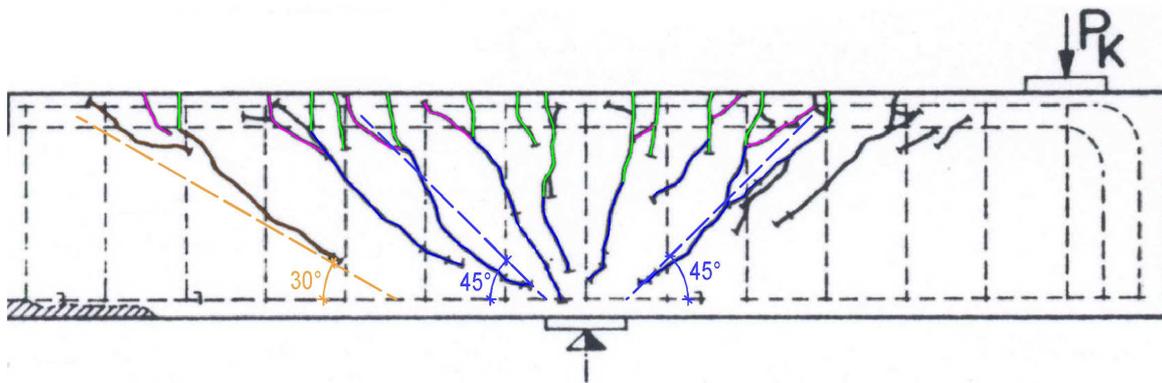
Das Rissbild kann als weit geöffnete Besenform beschrieben werden, bei dem die seitlichen begrenzenden Risse unter  $30^\circ$  zur Balkenachse geneigt sind, mit dieser Richtung aber nicht direkt zum Auflager zeigen, sondern seitlich daneben in der Biegedruckzone münden. Erst beim Versagen der Druckzone entsteht ein verbindender Spaltriss von diesem Endpunkt zum Auflagerende, wie dies im *Bild 5.2* auf der rechten Seite der Fall ist.



*Bild 5.3:* Rissentwicklung des Balkens 66/2 aus [3.1] über dem Auflager

Welche Einflüsse nun im Einzelnen zu diesem Rissbild führen, lässt sich sehr gut an den von *Kupfer* und *Baumann* in [3.1] vorgestellten Versuchsbalken der Serie „66“ nachvollziehen. Die Wiedergabe im vorliegenden *Bild 5.4* zeigt die Rissentwicklung des Balkens 66/1, das obige *Bild 5.3* gibt die Rissentwicklung des Balkens 66/2 über dem rechten Auflager wieder. Bei beiden Balken ist jedoch zu beachten, dass jeweils das Rissbild rechts des Auflagers durch eine direkte Druckstrebe zwischen der Last  $P_K$  und dem Auflager mitbestimmt wird. Bei der folgenden Analyse wird daher jeweils nur auf das Rissbild links der Auflagerachse Bezug genommen.

Zur optischen Verdeutlichung der im Folgenden beschriebenen Rissentwicklung ist das Rissbild des rechten Auflagerbereichs des Balkens 66/1 in der höchsten Laststufe noch einmal dargestellt und die beschriebenen Rissentwicklungsstufen sind jeweils farbig gekennzeichnet.



*Bild 5.4:* Rissentwicklung des Balkens 66/1 aus [3.1] über dem Auflager; Entwicklungsstufen farbig dargestellt

Die Rissbildung beginnt in der ersten, in den *Bildern 3.1* und *5.3* jeweils ganz oben dargestellten Laststufe mit reinen Biegerissen, die sich rechtwinklig zum gezogenen Rand entwickeln und direkt über dem Auflager in dieser Form etwa bis zur Balkenachse reichen. Sie sind im *Bild 5.4* in grüner Farbe nachgezeichnet. Es sei nebenbei auch darauf hingewiesen, dass bei den gegenüber dem Balken 66/1 etwas kleineren Bügelabständen des Balkens 66/2 hier die Bügel als Querschnittsschwächung wirken und als solche Lage und Länge der Risse bestimmen.

Wichtiger für die vorliegende Betrachtung ist jedoch der Umstand, dass durch diese Rissbildung die Wirkung des im Zustand I aktivierten Zuggewölbes zunächst in der gerissenen Zone unterbunden wird. Es wirkt nun mit verringerter Dicke; die dadurch entstehenden, fächerförmig angeordneten Risse (im *Bild 5.4* blau gekennzeichnet) verringern zunehmend die Dicke des Zuggewölbes, bis es schließlich völlig unwirksam wird.

Man kann nicht nur bei den beiden hier verwendeten Beispielen, sondern bei zahlreichen anderen (vgl. *Anlage A.3*) feststellen, dass auf Grund der überlagerten Wirkung des Zuggewölbes mit den Querspannungen der unter  $45^\circ$  geneigten Druckstreben auf den von den Auflagerrändern ausgehenden  $45^\circ$ -Linien (im *Bild 5.4* blau gestrichelt dargestellt) besonders häufig Risse befinden.

Die Auflagerlast wird nunmehr ausschließlich durch fächerförmig verlaufende Druckspannungen bis zur Biegezugbewehrung eingeleitet. Direkt unterhalb der oben liegenden Biegezugbewehrung stellen sich darauf hin neben den bereits vorhandenen Biegerissen weitere Risse ein, die etwa unter  $30^\circ$  gegenüber der Balkenachse geneigt sind (im *Bild 5.4* magentafarben).

Die flach geneigten Risse unterhalb der Biegezugbewehrung entstehen aus der Tragwirkung, die in [21.1] für die Systeme ohne Stegbewehrung als Zustand II.6 bezeichnet wurde. Während diese Risse bei Tragwerken ohne Stegbewehrung bereits zum Versagen führen können, bewirken sie bei Systemen mit hinreichend feingliedriger Stegbewehrung die Aktivierung dieser Bewehrung. Es handelt sich hier somit bei ausreichend starker Stegbewehrung um eine für das Tragverhalten unbedeutende Zwischenstufe. Um diesem Unterschied in der Bezeichnung Rechnung zu tragen, werden direkte, frei drehbare, innen liegende Auflager mit ihren Krafterleitungsbereichen in Tragwerken mit Stegbewehrung als **D<sub>IR</sub>-Bereiche** bezeichnet, sobald erkennbar ist, dass die Stegbewehrung aktiviert wurde.

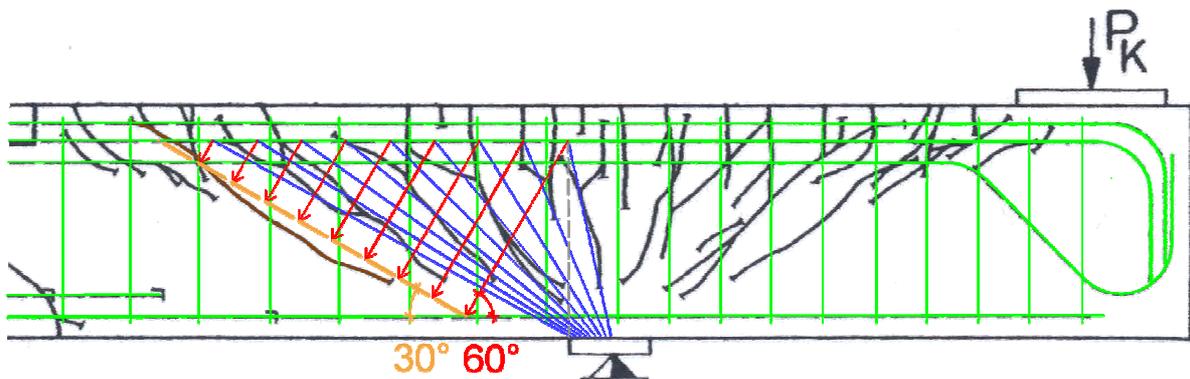
Die etwa unter  $30^\circ$  gegenüber der Balkenachse geneigten Risse an der Biegezugbewehrung belegen, dass sich im gesamten Krafterleitungsbereich ein Zugfeld ausbildet, das gegenüber der Tragwerksachse eine Neigung von  $60^\circ$  aufweist. Es bildet die Rückhängung der eingeleiteten Auflagerkraft.

Erst wenn die bislang beschriebene Rissentwicklung nahezu abgeschlossen ist, bilden sich ausgehend von der Biegezugzone die eingangs bereits erwähnten, unter etwa  $30^\circ$  zur Tragwerksachse geneigten Risse, die deutlich seitlich versetzt zum Auflager in die Biegedruckzone laufen. Dieser Rissverlauf ist im *Bild 5.4* durch eine gelbe, gestrichelte Linie gekennzeichnet. Diese Risse werden verursacht von dem für das Gleichgewicht der fächerförmig angeordneten Druckspannungen erforderlichen geneigten Zugfeld. Die Tatsache, dass diese Risse über die gesamte Steghöhe die gleich bleibende Neigung von etwa  $30^\circ$  zur Tragwerksachse aufweisen, belegt ein weiteres Mal, dass das verursachende Steg-Zugspannungsfeld durchweg mit  $60^\circ$  gegen die Tragwerksachse geneigt ist.

### 5.3 Der Spannungsverlauf im unmittelbaren Krafteinleitungsbereich

Maßgebliches Merkmal für den Spannungsverlauf im Lasteinleitungsbereich über Innenstützen von Steg bewehrten Stahlbetonkonstruktionen sind die seitlich begrenzenden, unter etwa  $30^\circ$  zur Tragwerksachse geneigten Risse. Diese Risse geben an, welche Breite für die Rückhängung der anteiligen Auflagerkraft - rechtwinklig zu diesen Rissen, also unter  $60^\circ$  zur Tragwerksachse geneigt - zur Verfügung steht. Diese Grundbedingung für die Stegbeanspruchung durch Zugspannungen ist unabhängig davon, in welchem Abstand von den Auflagerändern diese Begrenzungsrisse genau liegen.

In den meisten Beispielen (vgl. hierzu die *Anlage A.3*) wird der Endpunkt der Lasteinleitungsrisse zutreffend definiert, wenn man - wie im folgenden *Bild 5.5* für den Balken 66/2 aus [3.1] ausgeführt - von der Biegezugzone am Auflagerrand eine unter  $60^\circ$  zur Tragwerksachse geneigte Linie bis in der Schwerpunkt der Biegedruckzone führt. Trägt man von diesem Punkt aus die - gelb gestrichelt gezeichnete - unter  $30^\circ$  zur Tragwerksachse geneigte Linie für die Verteilbreite der Rückhängung der anteiligen Auflagerkraft ein, so fällt diese immer ziemlich genau mit dem Begrenzungsriss zusammen.



*Bild 5.5:* Stegspannungsfelder des Balkens 66/2 aus [3.1] über dem Auflager

Der obere Endpunkt der geneigten Linie begrenzt den Bereich, in dem die anteilige Auflagerkraft über fächerförmig verteilte Druckstreben (blau dargestellt) eingeleitet wird. Die Vertikalkomponenten dieser Druckstreben finden in der Biegezugzone ihr Gleichgewicht durch die unter  $60^\circ$  zur Tragwerksachse geneigten Stegzugspannungen.

Die Richtung des rot dargestellten Zugspannungsfeldes stellt sich nach dem Prinzip des Minimums der zugehörigen Formänderungsarbeit ein und folgt nicht der Richtung der eingebauten Stegbewehrung. Diese kann, sofern sie hinreichend feingliedrig angeordnet ist, nicht nur in Stabrichtung, sondern auch quer dazu Spannungen über entstandene Risse übertragen.

Da sich das (rot dargestellte) Zugspannungsfeld über die gesamte Steghöhe mit gleicher Intensität einstellt, müssen die von ihm verursachten Risse nicht zwingend mit der die Zugfeldbreite definierenden, gestrichelt dargestellten gelben Linie zusammenfallen. Die Lage des kennzeichnenden Risses wird vielmehr von den örtlich leicht variierenden Betoneigenschaften und vom übrigen Rissbild mitbestimmt, wie die folgenden Beispiele belegen.

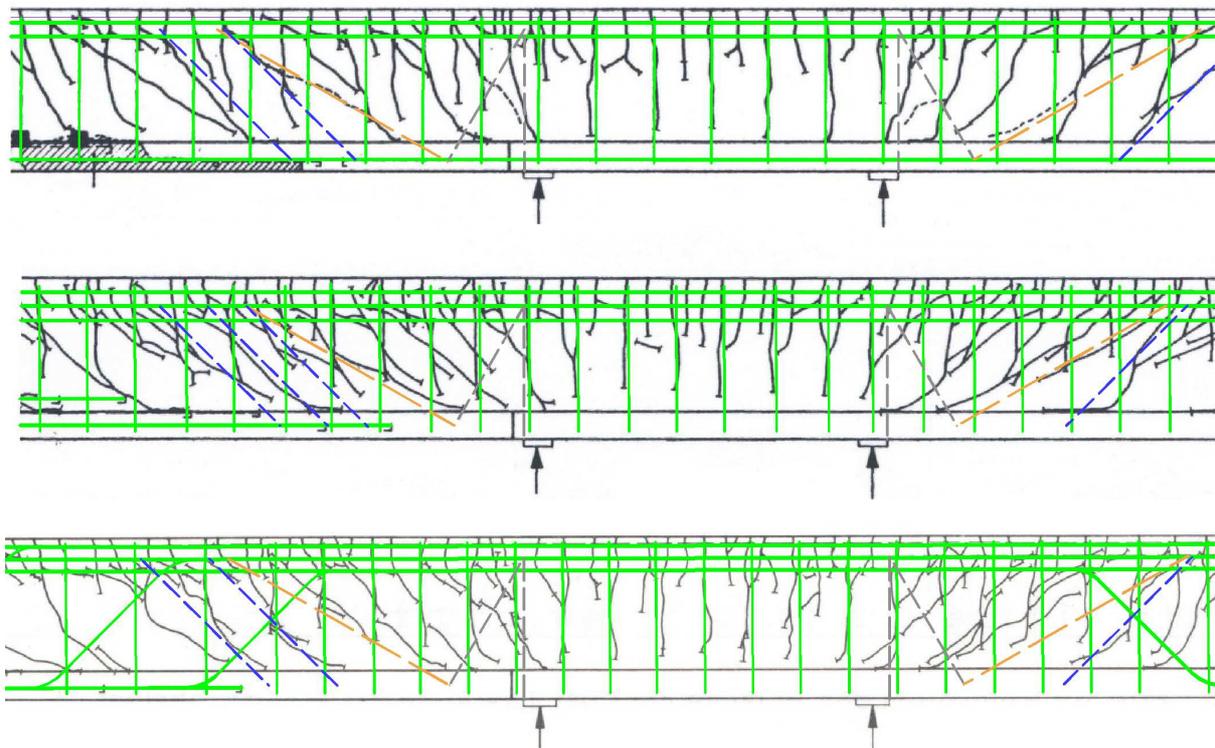
Das folgende *Bild 5.6* zeigt die Steg-Druck- und Zugspannungsfelder über der Innenstütze des Versuchsbalkens HH 5 aus [5.1]. Die Krafteinleitungs-Begrenzungsrisse folgen auch hier in der Biegezugzone sehr genau den zuvor entwickelten Definitionslinien, schwenken aber dann in der Druckzone unter diese Linie und laufen dann wieder parallel zu ihr. In diesem Fall dürfte die Abweichung von den entwickelten Regel durch die Krafteinleitung der



## 5.4 Übergangszone zwischen Biege- und $D_{iR}$ -Bereich

Bei der Analyse der Endauflagerbereiche im *Kapitel 4* konnte festgestellt werden, dass unmittelbar neben der für den  $D_{eR}$ -Bereich charakteristischen, unter  $30^\circ$  zur Tragwerksachse geneigten Risslinie die Zug- und Druckfelder des Biegebereichs anschließen. Die Zugspannungen des  $D_{eR}$ -Bereichs wechseln ihre Richtung mit einem bereichsweise gekrümmten Verlauf aus der  $60^\circ$ -Neigung im Endauflagerbereich in die  $45^\circ$ -Neigung des anschließenden Biegebereichs.

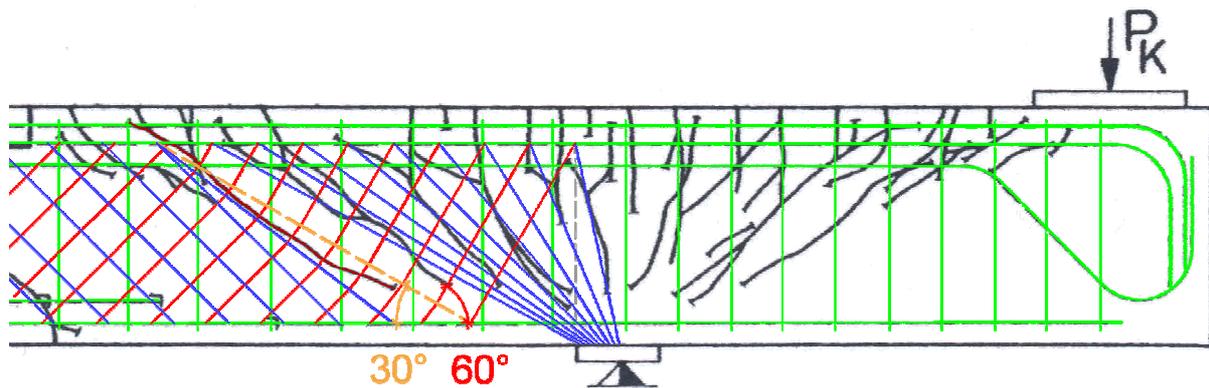
Es liegt nun die Vermutung sehr nahe, dass sich ein entsprechender Übergang auch bei den  $D_{iR}$ -Bereichen einstellt. Wie bereits mehrfach erwähnt, stehen in der Literatur leider sehr wenige Beispiele zur Verfügung, bei denen neben Einzellasten im Innern des Tragwerks oder neben Innenstützen noch ausgeprägte Biegebereiche anschließen. So muss einmal mehr auf die Rissbilder der Balken 66/1 bis 66/3 zurückgegriffen werden, die von *Kupfer* und *Baumann* in [3.1] vorgestellt wurden.



**Bild 5.8:** Charakteristische Rissrichtungen der Balken 66/1 bis 66/3 aus [3.1] neben den eingeleiteten Einzellasten

Um die Analogie für Innenstützbereiche besser erkennbar zu machen, wurde die Darstellung der Balken im *Bild 5.8* um  $180^\circ$  gedreht, also auf den Kopf gestellt. Man kann in allen sechs enthaltenen Beispielen die erwartete Gesetzmäßigkeit bestätigt finden: Unmittelbar neben den zuvor definierten Kräfteinleitungsbereichen der Innenstützen weisen die Neigungen der Risse  $45^\circ$  auf - die Rissrichtung in Biegebereichen.

Sinngemäß zu der Darstellung im *Bild 4.10* erhält man somit im Bereich der Innenstützen den im folgenden Bild dargestellten Spannungsverlauf.



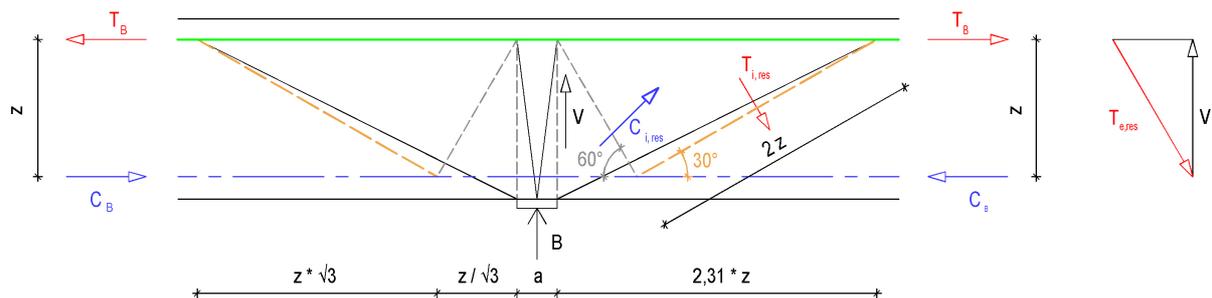
**Bild 5.9:** Gesamter Spannungszustand von  $D_{iR}$ -Bereichen

Der Übergangsbereich zwischen  $D_{iR}$ - und Biegebereichen erfordert keine eigene Bemessung.

Wie bei Endauflagern gilt auch hier, dass achsparallele Stegbewehrung die Zugfelder mit einem Winkel von  $60^\circ$  kreuzen würde und daher wohl eher nicht gut geeignet ist. Es bietet sich die Lösung an, im gesamten  $D_{iR}$ -Bereich - also jeweils auf eine Länge von  $(\sqrt{3} + 1/\sqrt{3}) \cdot z = 2,31 \cdot z$  oder näherungsweise  $2 \cdot d$  - lotrechte oder unter  $60^\circ$  geneigt angeordnete Stegbewehrung eingebaut werden, auch wenn in den B-Bereichen achsparallele Stegbewehrung vorhanden sein sollte. S. hierzu auch *Kapitel 7*.

## 5.5 Bemessung der $D_{iR}$ -Bereiche auf Zug

Für die in den vorhergehenden Bildern mit roter Farbe dargestellten (Rückhänge-) Zugfelder muss Stegbewehrung eingebaut werden. Aus Gleichgewichtsgründen muss die Summe ihrer Vertikalkomponenten gleich groß sein wie die Querkraft am feldseitigen Ende der im *Bild 5.10* gelb gestrichelt dargestellten Definitionslinie. Lasten, die im Bereich der Kräfteinleitung wirken, werden direkt über Druckstreben zum Auflager geleitet. Dieser Bereich beginnt am Auflagerrand und erstreckt sich über eine Länge von  $(z \cdot \sqrt{3} + z / \sqrt{3}) = 2,31 z$ . Dieser Wert kann in vereinfachender, guter Näherung ersetzt werden durch  $2 \cdot d$ .



*Bild 5.10:* Beanspruchungen und geometrische Daten in  $D_{iR}$ -Bereichen

Die resultierende Rückhängekraft ergibt sich zu

$$T_{i, \text{res}} = V / \cos 30^\circ = 2V / \sqrt{3} = 1,155 V \quad (5.1).$$

Sie ist gleich groß wie die Resultierende der Bogenmomentkräfte in  $D_{eR}$ -Bereichen und verteilt sich wie diese auf eine Breite von  $2 \cdot z$ . Die unter  $60^\circ$  gegenüber der Tragwerksachse geneigten Zugfeldkräfte ergeben sich daher auch hier zu

$$t_i = T_{i, \text{res}} / 2z = V / \sqrt{3} \cdot z = 0,577 V / z \quad (5.2).$$

Die dafür erforderliche Stegbewehrung beträgt

$$a_{\text{sw}} = t_{\text{ed}} / f_{\text{yd}} = 0,577 \cdot \cos(\alpha - 60^\circ) \cdot V_d / (f_{\text{yd}} \cdot z) \quad (5.3).$$

Dies führt bei einer Anordnung der Stegbewehrung rechtwinklig zur Tragwerksachse zu

$$a_{\text{sw}, 90^\circ} = 0,5 \cdot V_d / (f_{\text{yd}} \cdot z) \quad (5.4)$$

und bei der Neigung von  $60^\circ$ , also in Richtung der Zugfeldkräfte, zu ( $s_w$  rechtwinklig zur Stabrichtung gemessen)

$$a_{\text{sw}, 60^\circ} = 0,577 \cdot V_d / (f_{\text{yd}} \cdot z) \quad (5.5).$$

Obwohl sich die physikalischen Grundlagen für die Ermittlung der Stegbewehrungen in Biegebereichen, Endauflagerbereichen und Innenstützen jeweils deutlich unterscheiden, ergeben sich bei rechtwinklig zur Tragwerksachse angeordneter Stegbewehrung nach den *Gln.* (3.10), (4.4) und (5.4) stets die gleichen Bewehrungsmengen, die jeweils halb so groß sind wie nach der *Mörsch'schen* Fachwerkanalogie.

## 5.6 Bemessung der $D_{iR}$ -Bereiche auf Druck

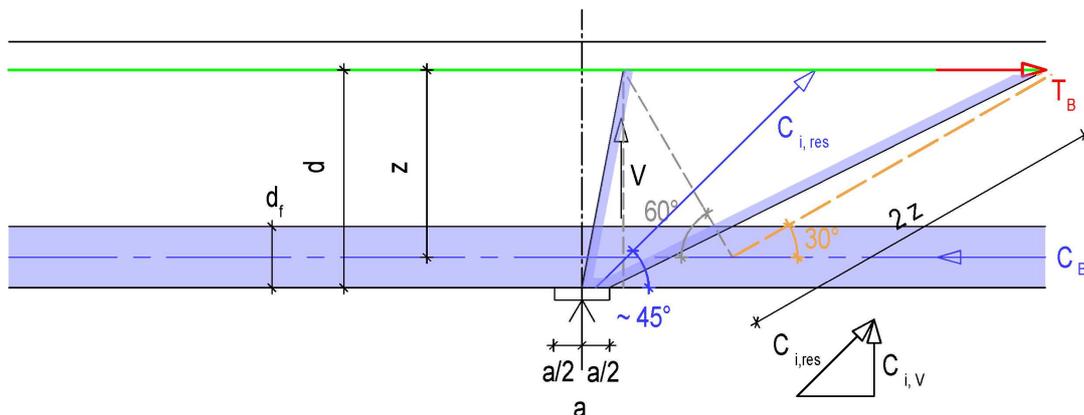
Sinngemäß zu den Endbereichen gibt es auch in den  $D_{iR}$ -Bereichen zwei völlig unterschiedliche, Druck beanspruchte Stegbereiche, nämlich einerseits die Druckspannungen in Folge der eingeleiteten Auflagerkraft und andererseits das Druckfeld, das sich unterhalb der Definitionslinie befindet, rechtwinklig zu den Rückhängezugspannungen verläuft und diesen im Biegedruckgurt das Gleichgewicht bildet.

Da die Resultierende  $C_{i,res}$  der anteiligen Auflagerkräfte gegenüber der Tragwerksachse etwa unter  $45^\circ$  geneigt ist (vgl. *Bild 5.10*), vergrößert sich diese Kämpferkraft gegenüber der anteiligen Auflagerkraft  $B_j$  der betrachteten Seite (links oder rechts) zu

$$C_{i,res} = B_j / \cos 45^\circ = \sqrt{2} B_j = 1,41 B_j \quad (5.6).$$

Dabei ist zu beachten, dass die anteilige Auflagerkraft  $B_i$  in Folge der Lasten, die im Bereich der Krafteinleitung wirken, in der Regel größer ist als die für die Rückhängekräfte maßgebende Querkraft.

Der zu  $C_{i,res}$  gehörige Bemessungswert darf in der vorhandenen Betondruckfläche den Bemessungswert der Betondruckfestigkeit nicht übersteigen. Dies kann insbesondere kritisch werden bei Plattenbalken im Bereich der dünneren Stege. Nach *Bild 5.11* können die maßgebenden Stegspannungen näherungsweise wie folgt bestimmt werden.



*Bild 5.11:* Verteilung der Druckspannungen in  $D_{iR}$ -Bereichen

Da aus dem Rissverhalten der Rückhängezugspannungen zu folgern ist, dass diese gleichmäßig verteilt sind, kann angenommen werden, dass auch die Vertikalkomponenten der anteiligen Auflagerkraft  $B_j$  gleichmäßig verteilt sind und zwar in der Achse der Biegezugzone auf eine Länge von  $2,31 \cdot z$ . Sie betragen hier somit

$$c_{i,v} = B_j / 2,31 z = 0,433 B_j / z \quad (5.7).$$

Da die aus  $B_j$  resultierenden, fächerförmig verteilten Druckspannungen bis zu ca.  $30^\circ$  zur Tragwerksachse geneigt sind, ergeben sich die größten Druckspannungen im Bereich der Biegezugzone zu

$$c_{i,max} = 2B_j / 2,31 z = 0,866 B_j / z \quad (5.8).$$

In der Übergangszone vom Druckflansch der Dicke  $d_f$  zum dünneren Steg gilt somit:

$$c_{w,max} = 0,866 B_i * d / (z * d_f) \quad (5.9).$$

Daraus ergeben sich die maximalen Stegdruckspannungen am Rand des Druckgurtes zu

$$\sigma_{cw,max} = c_{w,max} / b_w = 0,866 B_i * d / (z * d_f * b_w) \quad (5.10).$$

Sinngemäß zur Bemessung in Biegebereichen - vgl. *Glg. (3.14)* - kann daraus abgeleitet werden:

$$B_{Rd,max,iR} = 1,155 b_w * z * d_f * \alpha_R * f_{cd} * \cos(\alpha - 60^\circ) / d \quad (5.11).$$

Die Druckfeldkräfte unterhalb der Definitionslinie ergeben sich aus Gleichgewichtsgründen aus den Rückhängezugkräften zu

$$c_i = t_i * \tan 60^\circ = V / z \quad (5.12).$$

Dies führt zu gleich großen Druckspannungen, wie sie bereits für die Stege in Biegebereichen und in der Nähe von frei drehbar gelagerten Endbereichen von Stahlbetontragwerken mit Stegbewehrung ermittelt wurden.

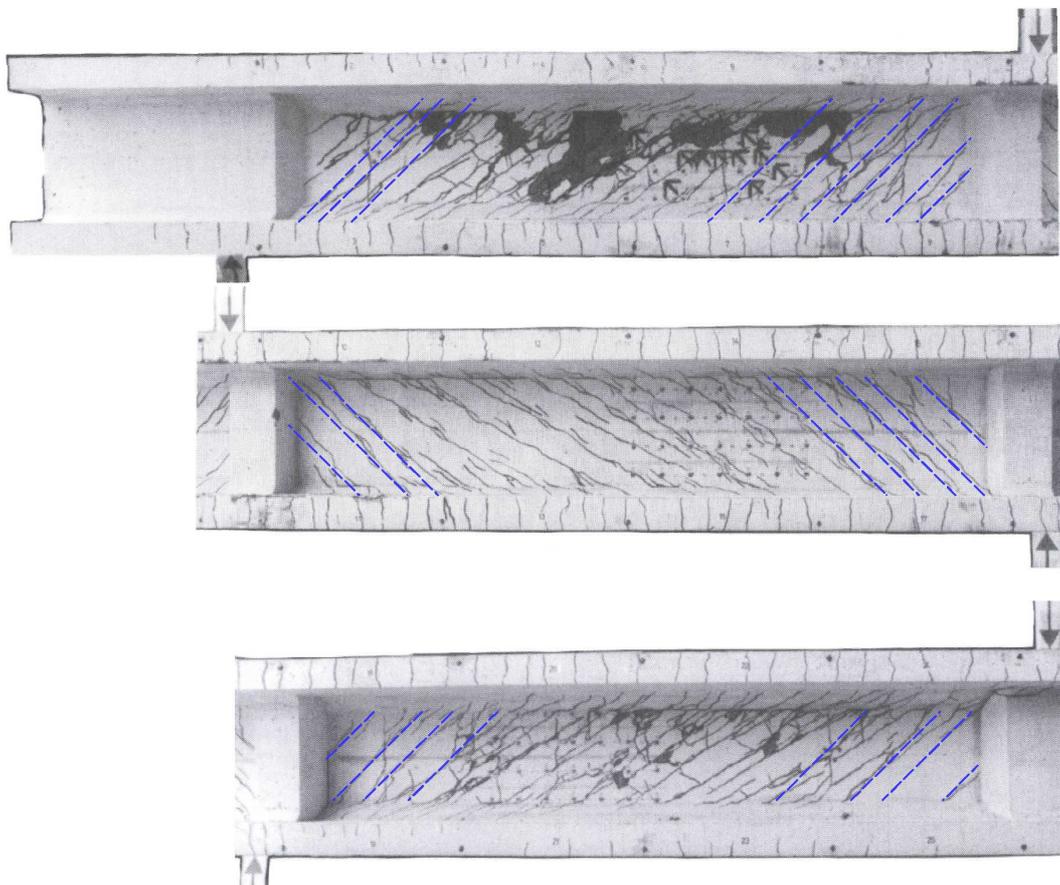
Entsprechend kann analog zu *Glg. (3.14)* auch für Stege in der Nähe von Innenstützen von Stahlbetontragwerken mit Stegbewehrung angegeben werden:

$$V_{Rd,max,iR} = b_w * z * \alpha_R * f_{cd} * \cos(\alpha - 60^\circ) \quad (5.13).$$

## 5.7 Innen liegende indirekte Lagerungen

Indirekte Lagerungen bewirken, dass sich die Stege in Auflagernähe nicht in gleicher Weise verformen können, wie dies bei direkten Lagerungen der Fall ist. Wie in [21.1] gezeigt wurde, stellen sich daher in der Nähe von indirekten Lagerungen nicht nur im Zustand I, sondern auch im Zustand II die gleichen Spannungszustände ein wie in den Biegebereichen.

Die für die Situation an frei drehbaren, indirekten Endauflagern verwendeten Rissbilder des von *Reineck, Wohlfahrt* und *Hardjasaputra* in [4.2] vorgestellten Versuchsbalkens sind auch gut geeignet, um die Situation an Innenstützen aufzuzeigen. Der gesamte Balken ist im vorliegenden *Bild 4.9* wiedergegeben. Das folgende Bild zeigt die drei Felder (Bereiche) des Balkens in Einzelaufnahmen.

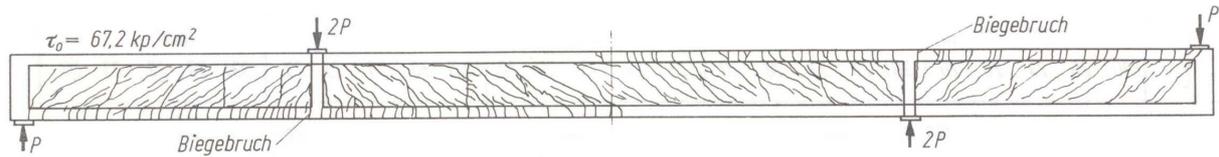


*Bild 5.12:* Rissbilder in den Bereichen I, II und III des Stahlbetonversuchsbalkens aus [4.2] (Bereichsdefinitionen s. *Bild 4.14*)

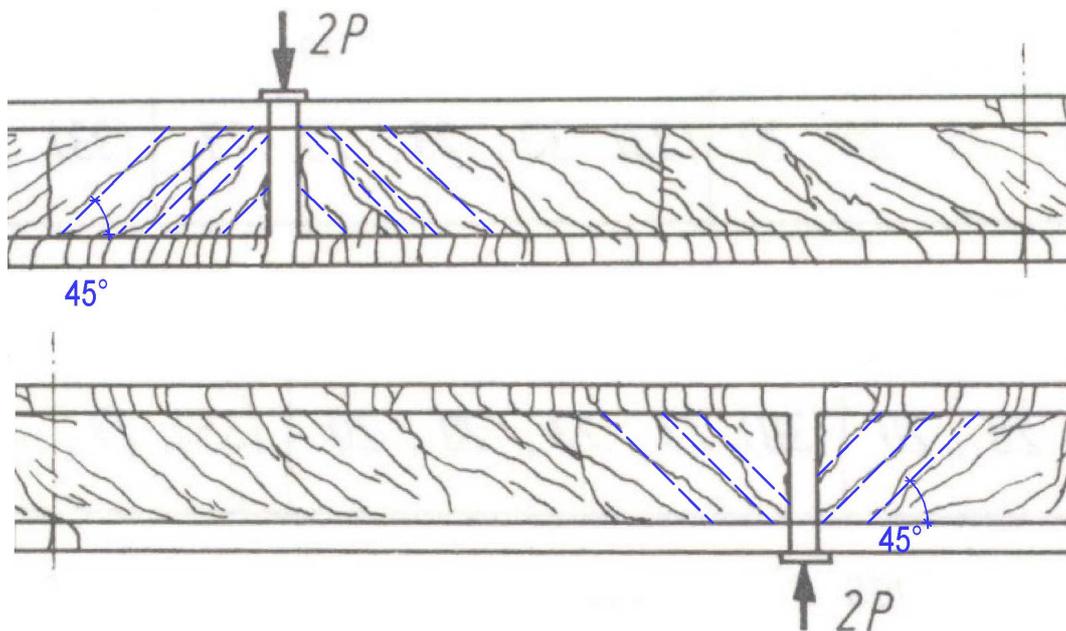
Wie die jeweils neben den Innenauflagern in hellblauer Farbe eingetragenen Linien belegen, entstanden auch die in diesen Bereichen vorhandenen Risse in Folge von Zugspannungen, die unter  $45^\circ$  zur Balkenachse geneigt waren.

Die in den Feldbereichen erkennbaren flacheren Rissneigungen sind in den beiden Endfeldern (oben und unten) jeweils von einer überlagerten, direkten Druckstrebe zwischen Belastung und Auflager geprägt. Im Zwischenfeld sind die flacher geneigten Risse dem dort vorhandenen Momentennullpunkt sowie der überlagerten Druckstrebe zuzuordnen.

Weitere anschauliche Beispiele liefern die von *Kupfer* und *Baumann* in [3.1] vorgestellten Versuchsbalken 69/1 und 69/2. Eine Gesamtdarstellung des Rissbilds des zweitgenannten Balkens zeigt das folgende Bild. Das anschließende *Bild 5.14* zeigt ausschnittsweise die Bereiche der innen eingeleiteten Belastung sowie der Innenstütze.



*Bild 5.13:* Rissbild des Versuchsbalkens 69/2 aus [3.1] nach dem Versagen



*Bild 5.14:* Ausschnitte des Rissbilds des Versuchsbalkens 69/2 aus [3.1].

Auch hier ist wiederum mit Hilfe der in blauer Farbe eingetragenen Linien gut zu erkennen, dass die neben den innen liegenden indirekten Lagerungen vorhandenen Risse etwa unter  $45^\circ$  zur Balkenachse geneigt sind.

Wie die Risse jeweils neben den Innenauflagern belegen, entstanden auch die in diesen Bereichen vorhandenen Risse in Folge von Zugspannungen, die unter  $45^\circ$  zur Balkenachse geneigt waren.

Weitere Beispiele für Rissbilder neben innen liegenden indirekten Lagerungen befinden sich in der *Anlage A.4*.

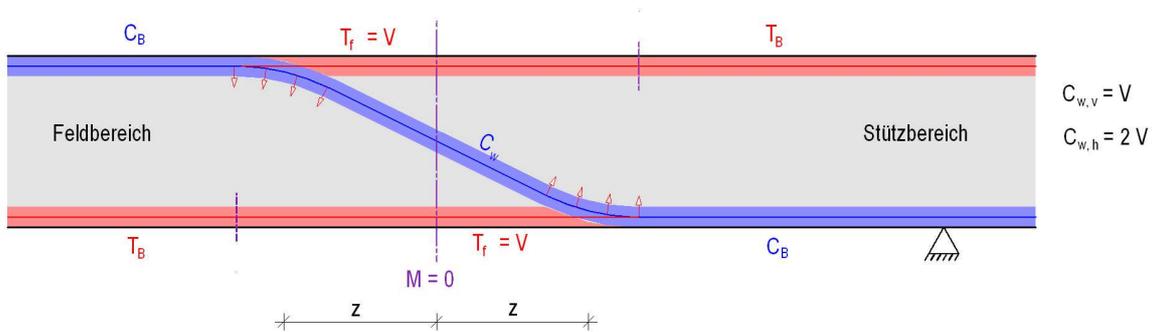
Es stellen sich also auch neben innen liegenden, indirekten Lagern biegebeanspruchter Stahlbetonkonstruktionen die gleichen, jeweils unter  $45^\circ$  zur Balkenachse geneigten Zug- und Druckfelder ein wie in den ungestörten Biegebereichen und an indirekten Endauflagern. Die Stege sind somit auch hier genau gleichartig zu bemessen wie in den Biegebereichen. Es gelten die im vorliegenden *Kapitel 3* abgeleiteten Konstruktions- und Bemessungsregeln.

## 6. MOMENTENNULLPUNKTE

### 6.1 Ausgangssituation: $D_0$ -Bereiche ohne Stegbewehrung

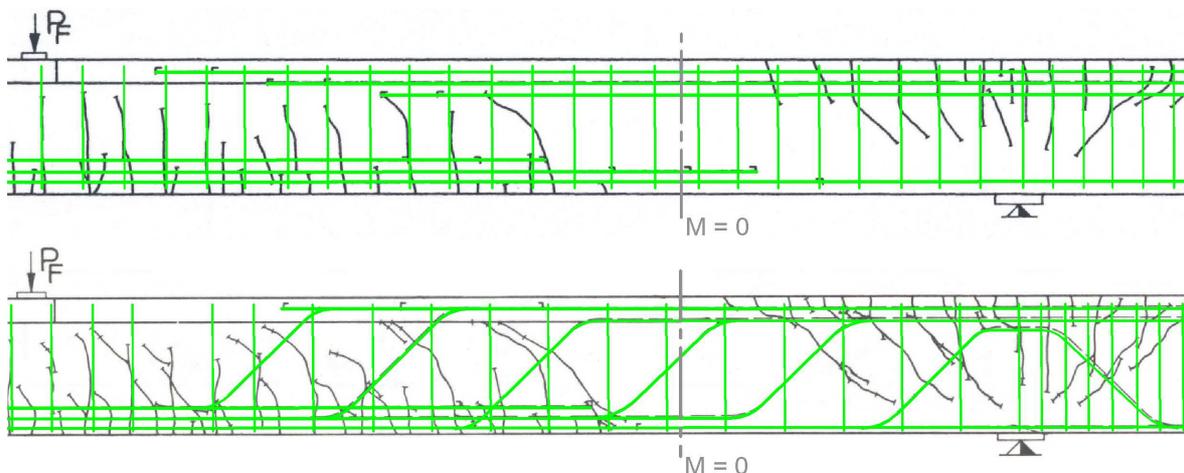
In [21.1] sah sich der Verfasser vor das Problem gestellt, dass in der Literatur keinerlei Versuche mit unbewehrten Stegen zu finden waren, die an reine Biegebereiche anschließende Momentennullpunktsbereiche enthalten - also ohne in der Nähe eingeleitete Einzelasten. Es wurde daher eine These für das Tragverhalten von Stegen ohne Stegbewehrung im Bereich von Momentennullpunkten entwickelt, die sich an Rissbildern von Versuchsbalken mit Stegbewehrung orientierte.

Aus diesen Rissbildern konnte abgeleitet werden, dass der Momentennullpunkt von Hauptdruckspannungen gekreuzt wird, die unter  $30^\circ$  zur Tragwerksachse geneigt sind. Für die Größe der maßgebenden Stegzugspannungen auf der sicheren Seite liegend wurde unterstellt, dass die geneigten Druckspannungen gemäß *Bild 6.1* durch Umlenk-Zugspannungen im Gleichgewicht gehalten werden, die auf eine vergleichsweise kurze Länge einwirken.



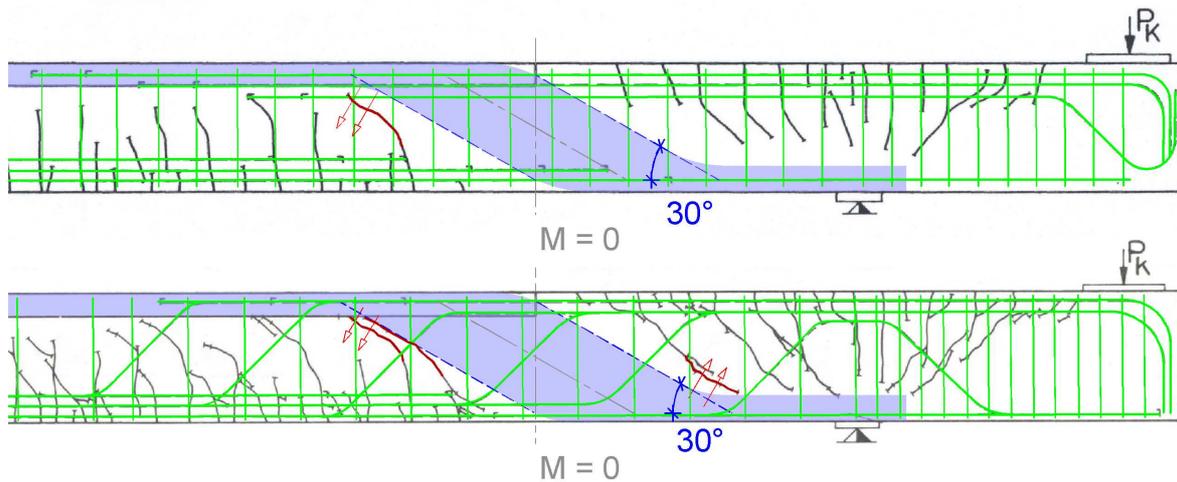
*Bild 6.1:* Teiltragsystem in  $D_0$ -Bereichen (ohne Stegbewehrung) im Zustand II

Tatsächlich lassen sich Risse aus dokumentierten Versuchsbalken derartigen Umlenk-Zugspannungen zuordnen, wie mit den folgenden Bildern belegt werden kann.



*Bild 6.2:* Erste Rissbildungen nahe den Momentennullpunkten bei den Balken 66/2 und 66/3 aus [3.1]

Im *Bild 6.2* sind jeweils die Rissbilder der Balken 66/2 und 66/3 zwischen Belastung und Innenstütze zu sehen in der Laststufe, die die ersten Risse nahe den Momentennullpunkten erzeugte (die Momentennullpunkte befinden sich genau am Ende des Druckgurts). Für die gleichen Rissbilder sind im *Bild 6.3* die unter  $30^\circ$  zur Balkenachse geneigten Druckstreben eingezeichnet, wie sie gemäß [21.1] (vgl. *Bild 6.1*) qualitativ zu erwarten sind. Allerdings gibt es keinen Grund dafür, dass diese Druckstreben nur die geringe Breite aufweisen, mit der sie in [21.1] schematisch dargestellt wurden. Ihnen steht im Schnitt mit  $M = 0$  die volle Trägerhöhe zur Verfügung, so dass sie sich in den Momentennullpunkten über die gesamte Steghöhe verteilen, wie dies im *Bild 6.3* dargestellt ist.



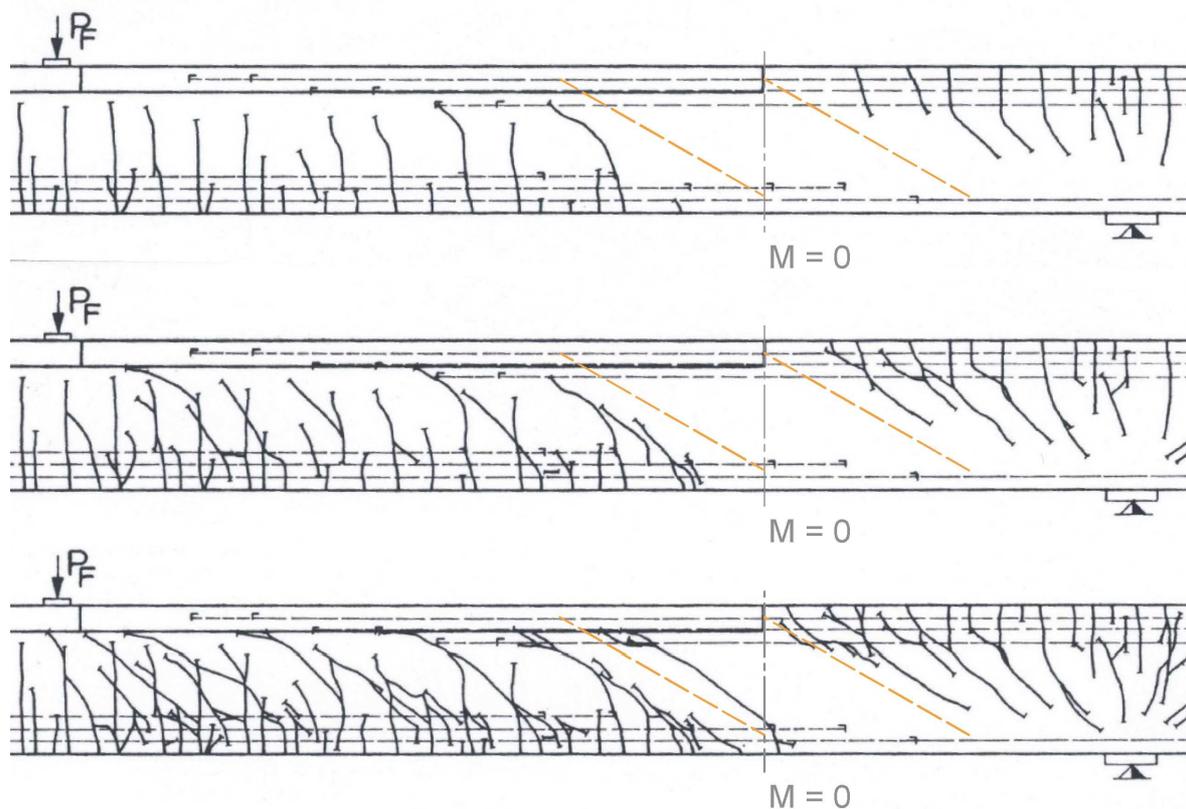
*Bild 6.3:* Balken 66/2 und 66/3 aus [3.1] mit dargestellten Druckstreben im Bereich der Momentennullpunkte und den zugehörigen Umlenkzugspannungen

Wie weiterhin im *Bild 6.3* gut zu erkennen ist, korrespondieren alle in der Nähe der Momentennullpunkte aufgetretenen Risse so eindeutig mit den Umlenkstellen der geneigten Druckstreben, dass sie auf die zugehörigen Umlenkzugspannungen zurück zu führen sind. Dies wird auch noch zusätzlich unterstrichen durch die Tatsache, dass die Risse in allen drei gegebenen Fällen jeweils nur im Umlenkbereich die passende Neigung aufweisen und im weiteren Verlauf in Biegerisse einmünden.

## 6.2 Beispielhafte Rissbilder für $D_{OR}$ -Bereiche

Die aus den Umlenkzugspannungen entstehenden Risse sind direkt vergleichbar mit denjenigen des Zustands II.6 in  $D_e$ -Bereichen. Wie mit den Beispielen in den *Bildern* 4.1 und 4.3 anschaulich gezeigt werden konnte, aktivieren diese Risse die Stegbewehrung, falls eine solche vorhanden ist. Die Basis der Umlenkkräfte wird immer größer und die geneigten Risse dringen immer weiter in die Stege vor, wodurch die übrige Stegbewehrung aktiviert wird.

Völlig sinngemäß entwickeln sich die Risse nahe den Momentennullpunkten, wenn Stegbewehrung vorhanden ist. Im Folgenden wird diese Situation als  $D_{OR}$ -Bereich bezeichnet.



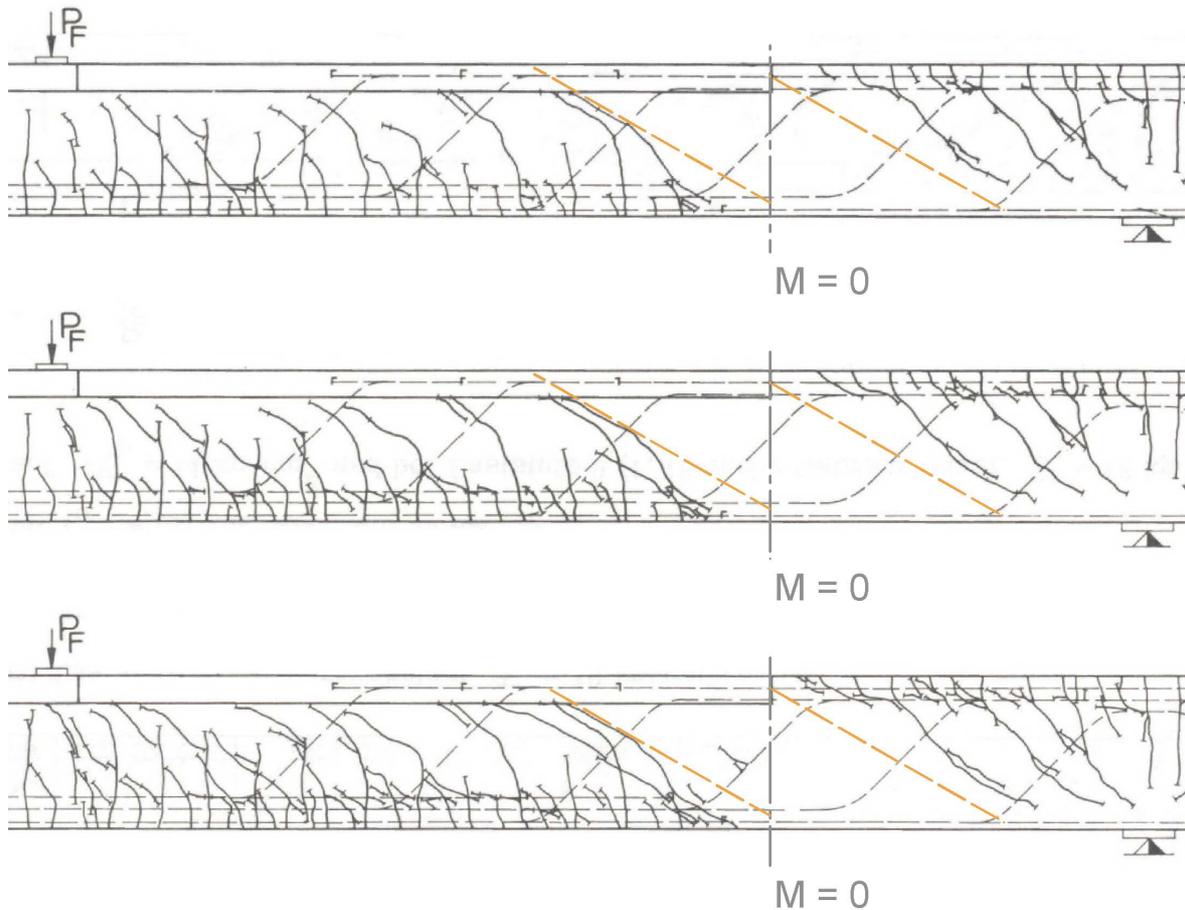
*Bild 6.4:* Rissentwicklung nahe des Momentennullpunktes beim Balken 66/2 aus [3.1]

Das *Bild 6.4* zeigt die entsprechende Rissentwicklung am Beispiel des Balkens 66/2 aus [3.1]. Das oberste Rissbild zeigt noch einmal den Zustand aus den *Bildern* 6.2 und 6.3. Im mittleren Rissbild ist sehr schön zu sehen, wie sich aus dem durch die Umlenkzugspannungen verursachten Riss weitere Rissabschnitte entwickeln, die gleichfalls unter  $30^\circ$  zur Balkenachse geneigt sind. Die dritte Darstellung zeigt, wie sich in der Folge ein weiterer, unter  $30^\circ$  zur Balkenachse geneigter Riss eingestellt hat, der nun auch den Momentennullpunkt kreuzt.

Genau nach dem gleichen Schema haben sich auch beim Balken 66/3 die Risse im  $D_{OR}$ -Bereich entwickelt, wie mit Hilfe des *Bildes* 6.5 gut nachvollzogen werden kann.

Weitere Beispiele dafür, dass sich im Bereich der Momentennullpunkte Risse bilden, die unter  $30^\circ$  zur Balkenachse geneigt sind, bilden auch die Balken 66/1, 69/1 und 69/2 aus [3.1]. Sie sind in der *Anlage A.6* dargestellt.

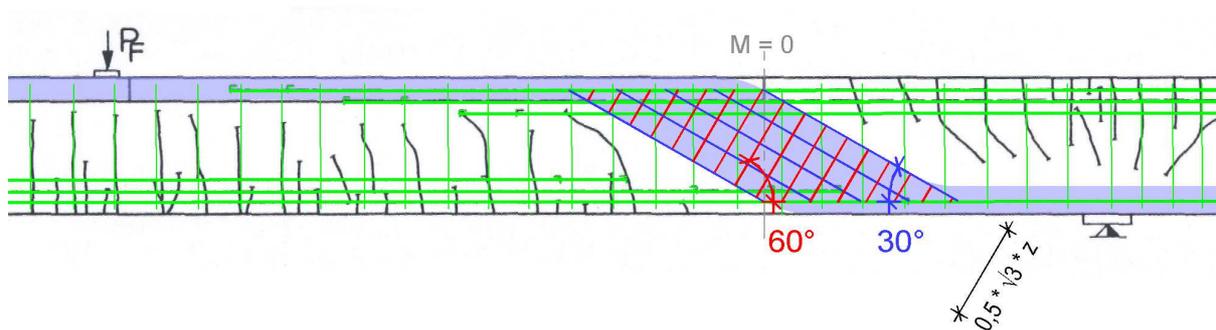
Zahlreiche Beispiele für Versuchsbalken mit Momentennullpunkten sind auch in [5.1] zu finden, wo *Leonhardt, Walther* und *Dilger* „Schubversuche an Durchlaufträgern“ vorstellten. Soweit im Bereich der Momentennullpunkte Risse auftraten, waren sie unter  $30^\circ$  zur Balkenachse geneigt. Allerdings liegen bei den in [5.1] vorgestellten Versuchsbalken die Momentennullpunkte stets so nah an Einzellasten oder Innenstützen, dass sich neben den Momentennullpunkten keine Biegebereiche einstellen konnten. Es lässt sich daher nicht eindeutig feststellen, inwiefern die Richtung der Risse von den Kräfteinleitungsbereichen der Einzellasten oder aber von den Momentennullpunkten bestimmt wird. Beispiele aus [5.1] sind gleichfalls in der *Anlage A.6* dargestellt.



*Bild 6.5:* Rissentwicklung nahe des Momentennullpunktes beim Balken 66/3 aus [3.1]

### 6.3 Der Spannungsverlauf in den $D_{0R}$ -Bereichen

Aus den im Bereich der Momentennullpunkte unter  $30^\circ$  zur Tragwerksachse geneigten Rissen in stegbewehrten Stahlbetonkonstruktionen ist zu folgern, dass sie gemäß der Darstellung im *Bild 6.6* von Stegzugfeldern verursacht werden, die gegenüber der Tragwerksachse eine Neigung von  $60^\circ$  aufweisen. Rechtwinklig dazu verläuft ein Stegdruckfeld, das gegenüber der Tragwerksachse mit  $30^\circ$  geneigt ist. Da es jeweils durch die Schnittpunkte der Biegegurte mit dem Momentennullpunkt begrenzt wird, beträgt seine Dicke  $0,5 \cdot \sqrt{3} \cdot z$ .



*Bild 6.6:* Stegzug- und -druckfelder im Bereich von Momentennullpunkten am Beispiel des Balkens 66/2 aus [3.1]

Aus Gleichgewichtsgründen verändern sich die Kräfte in den Biegedruckgurten im dargestellten  $D_{0R}$ -Bereich pro Längeneinheit um

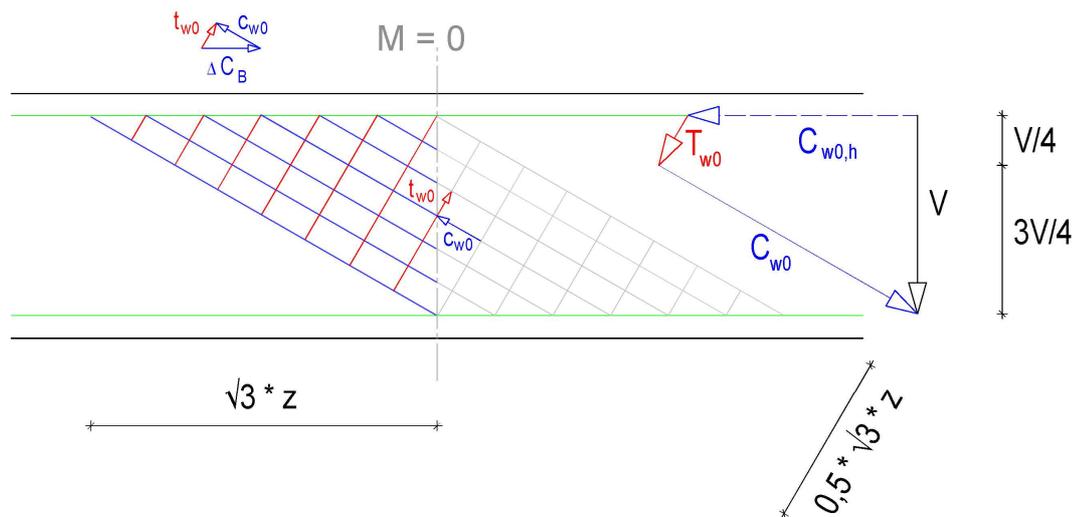
$$\Delta C_B = V / z \quad (6.1).$$

Gemäß *Bild 6.7* ergeben sich daraus die zugehörigen Stegfeldkräfte - auf die gleiche Längeneinheit bezogen - zu

$$c_{w0} = \Delta C_B \cdot \cos 30^\circ = \sqrt{3} \cdot V / 2z = 0,866 \cdot V / z \quad (6.2)$$

und

$$t_{w0} = \Delta C_B \cdot \sin 30^\circ = V / 2z = 0,5 \cdot V / z \quad (6.3).$$



**Bild 6.7:** Beanspruchungen und geometrische Daten in  $D_{0R}$ -Bereichen

Die im Querschnitt des Momentennullpunktes wirkenden resultierenden Stegkräfte ergeben sich aus diesen Stegfeldkräften durch Multiplikation mit den zugehörigen Verteillängen zu

$$C_{w0} = c_{w0} * \sqrt{3} z = 1,5 V \quad (6.4)$$

und

$$T_{w0} = t_{w0} * z / \sqrt{3} = V / 2 * \sqrt{3} = 0,289 V \quad (6.5).$$

Wie das im *Bild 6.7* dargestellte Krafteck zeigt, halten die Vertikalkomponenten dieser beiden Stegkräfte die Querkraft  $V$  im Gleichgewicht. Durch die unterschiedlichen Neigungen der beiden resultierenden Stegkräfte sind ihre Anteile am Gleichgewicht für die Querkraft nunmehr gleichfalls unterschiedlich: Die Druckkraftresultierende hält drei Viertel und die Zugkraftresultierende ein Viertel der Querkraft im Gleichgewicht. Es verbleibt jedoch auch eine achsparallele Druckkraftkomponente

$$C_{w0,h} = 2 V / \sqrt{3} = 1,155 V \quad (6.6).$$

Wiederum aus Gleichgewichtsgründen sind daher die Gurtkräfte im Querschnitt des Momentennullpunktes nicht Null, sondern weisen jeweils eine Zugkraft der Größe

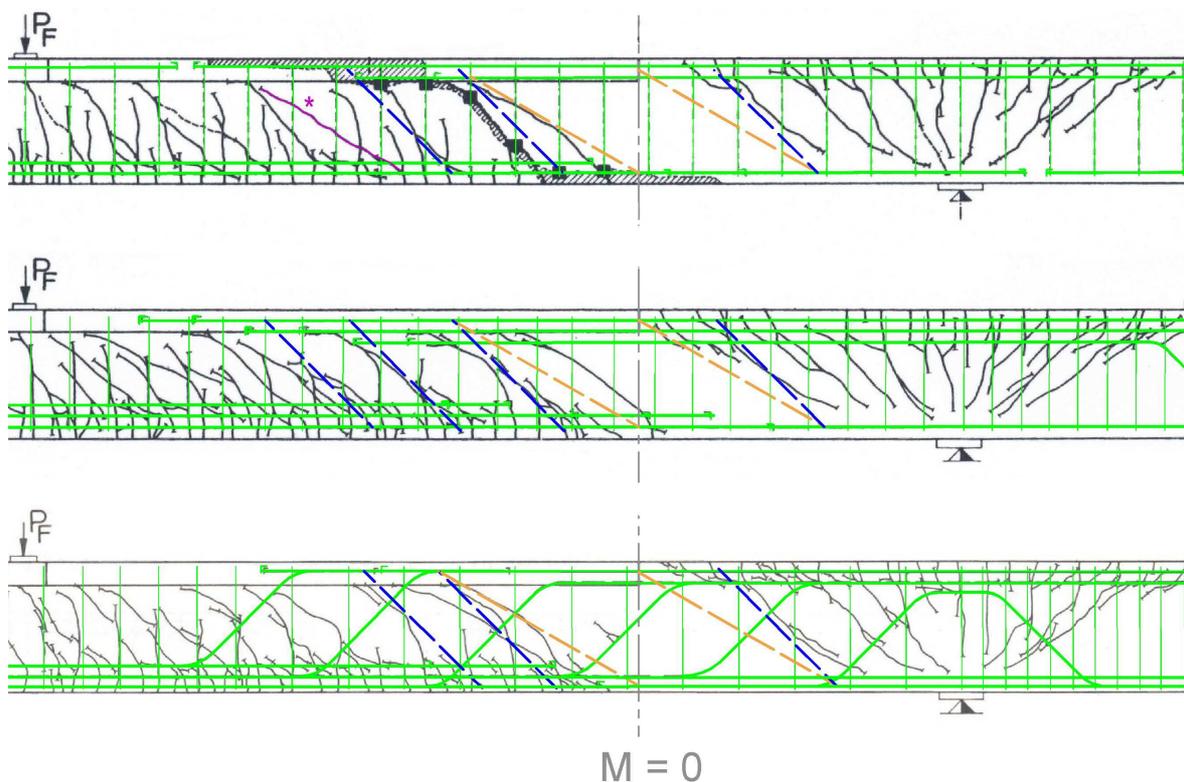
$$T_{B0} = C_{w0,h} / 2 = 0,577 V \quad (6.7)$$

auf. Die Wirkung dieser Gurtzugkraft ist in verschiedenen Versuchsbalken zu erkennen in Form von Gurtrissen im Bereich des Momentennullpunktes.

## 6.4 Übergangszone zwischen Biege- und $D_{0R}$ -Bereich

Sinngemäß zu den  $D_{eR}$ - und den  $D_{iR}$ -Bereichen schließen unmittelbar an den zuvor definierten  $D_{0R}$ -Bereichen die Zug- und Druckfelder der Biegebereiche an - es sei denn, es schließt unmittelbar der nächste  $D_{iR}$ -Bereich an, wie dies bei zahlreichen Versuchsbalken der Fall ist.

Nicht so bei den von *Kupfer* und *Baumann* in [3.1] vorgestellten Balken. Zunächst zeigt das folgende *Bild 6.8* die Rissbilder in der jeweils höchsten Laststufe der Balken 66/1 bis 66/3 im Bereich der Momentennullpunkte.



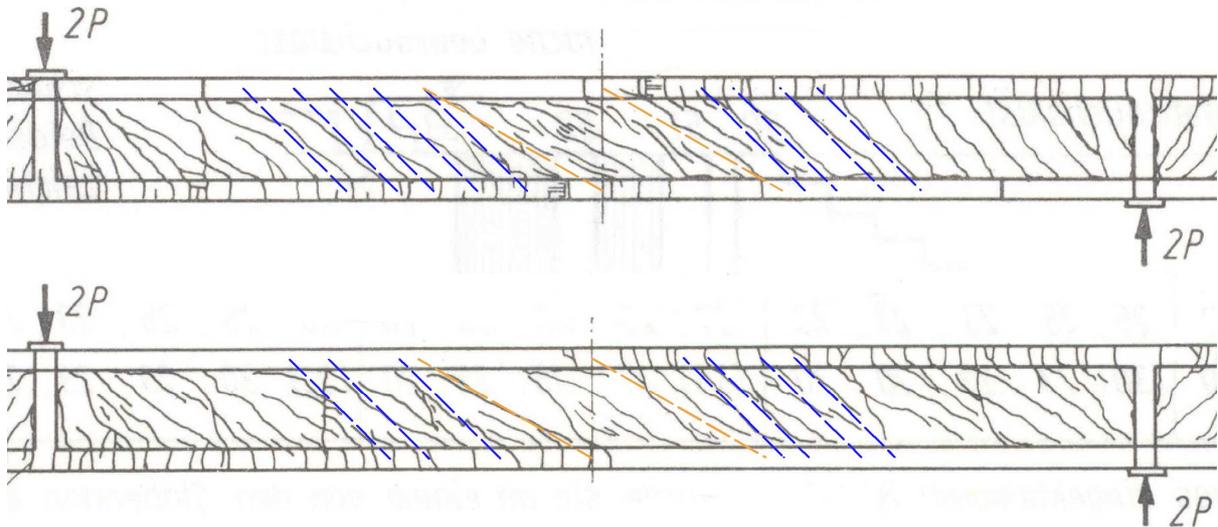
*Bild 6.8:* Charakteristische Rissrichtungen der Balken 66/1 bis 66/3 aus [3.1] im Bereich der Momentennullpunkte

Der Übergang der Rissrichtungen von den 30-°-Neigungen zu den unmittelbar anschließenden 45-°-Neigungen ist in allen Fällen gut zu erkennen. Dabei ist allerdings zu beachten, dass die rechts der Momentennullpunkte auftretenden, unter 45 ° geneigten, mit gestrichelten Linien gekennzeichneten Risse nicht einem B-Bereich, sondern den zu den Auflagern gehörigen  $D_{iR}$ -Bereichen zugehören.

Beim Balken 66/1 ist die Besonderheit zu erkennen, dass sich innerhalb der Zone, die nach den vorliegenden Erkenntnissen als Biegebereich zu betrachten ist, bereits in einem größeren Abstand zum  $D_{0R}$ -Bereich - und auch zum  $D_{iR}$ -Bereich - zwischen den unter 45 ° geneigten Rissen der weinrot nachgezeichnete und mit „\*“ gekennzeichnete Riss mit einer Neigung von 30 ° befindet. Diese Besonderheit kann jedoch durchaus plausibel begründet werden: Nachdem die vier dem Momentennullpunkt am nächsten gelegenen Bügel bereits versagt hatten, stützte sich das System auf den nächsten noch verbliebenen (den fünften) Bügel ab und bildete vorübergehend einen  $D_{eR}$ -Bereich mit einem Druckbogen und

seinem charakteristischen, unter  $30^\circ$  geneigten Riss, der von den Bogenumlenkkraften erzeugt wurde.

In [3.1] sind mit den Balken 69/1 und 69/2 auch Versuchsbalken zu finden, bei denen beidseits der Momentennullpunkte ungestörte Biegebereiche anschließen.

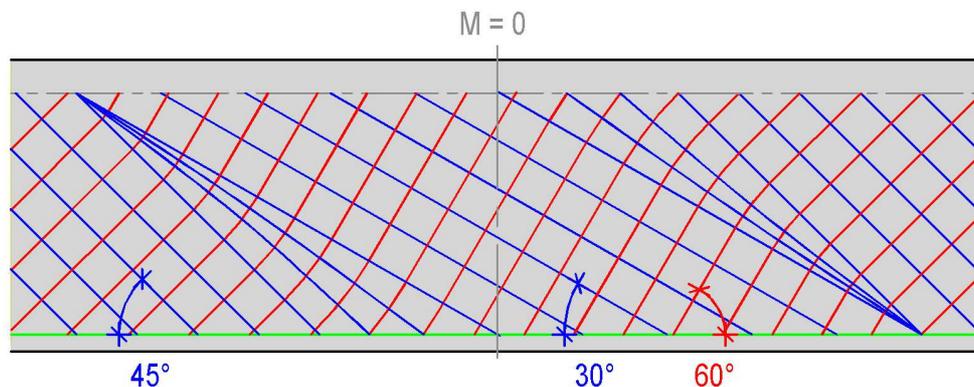


**Bild 6.9:** Charakteristische Rissrichtungen der Balken 69/1 und 69/2 aus [3.1] im Bereich der Momentennullpunkte

Wie die eingezeichneten, unter  $30$  bzw.  $45^\circ$  geneigten Linien belegen, zeigen beide Balken das zu erwartende Rissbild für  $D_{0R}$ -Bereiche - allerdings mit der ungewöhnlichen Ausnahme, dass beim Balken 69/2 zusätzlich direkt im Bereich des Momentennullpunkts ein unter etwa  $45^\circ$  geneigter Riss vorhanden ist.

Dieser Riss steht nicht im Einklang mit den hier gewonnenen Erkenntnissen. Betrachtet man die in [3.1] dargestellte Rissentwicklung in den verschiedenen Belastungsstufen, kann man feststellen, dass der fragliche Riss bereits in der ersten dargestellten Laststufe vorhanden war. Somit könnte er dem Umstand zuzuschreiben sein, dass bei stark profilierten Querschnitten die Steghauptspannungen bereits im Zustand I unter  $45^\circ$  zur Tragwerksachse geneigt sind, vgl. hierzu [21.1].

Sinngemäß zu den Darstellungen für die  $D_{eR}$ - und  $D_{iR}$ -Bereiche erhält man im Bereich der Momentennullpunkte den im folgenden Bild dargestellten Spannungsverlauf. Der Übergangsbereich zwischen  $D_{0R}$ - und Biegebereichen erfordert keine eigene Bemessung.



**Bild 6.10:** Gesamter Stegspannungszustand von  $D_{0R}$ -Bereichen

## 6.5 Bemessung der $D_{0R}$ -Bereiche auf Zug

Für das im *Bild 6.10* mit roter Farbe dargestellte Zugfeld muss Stegbewehrung eingebaut werden. Die Intensität der unter  $60^\circ$  gegenüber der Tragwerksachse geneigten Zugfeldkräfte ergibt sich aus *Glg. (6.3)* für die unter  $30^\circ$  geneigte Basislinie zu

$$t_{w0} = 0,577 V / z \quad (6.8).$$

Die dafür erforderliche Stegbewehrung beträgt in Analogie zu den vorhergehenden Betrachtungen für Biege- und Auflagerbereiche:

$$a_{sw0} = t_{w0d} / f_{yd} = 0,577 * \cos(\alpha - 60^\circ) * V_d / (f_{yd} * z) \quad (6.9).$$

Dies führt bei einer Anordnung der Stegbewehrung rechtwinklig zur Tragwerksachse zu

$$a_{sw0,90^\circ} = 0,5 * V_d / (f_{yd} * z) \quad (6.10)$$

und bei der Neigung von  $60^\circ$ , also in Richtung der Zugfeldkräfte, zu ( $s_w$  rechtwinklig zur Stabrichtung gemessen)

$$a_{sw0,60^\circ} = 0,577 * V_d / (f_{yd} * z) \quad (6.11).$$

Obwohl sich die Neigungen der Zugfelder in Biegebereichen und Momentennullpunktsbereichen unterscheiden, ergeben sich bei rechtwinklig zur Tragwerksachse angeordneter Stegbewehrung nach den *Gln. (3.10)* und *(6.10)* in beiden Bereichen die gleichen Bewehrungsmengen. Sie sind gleich groß wie in den Auflagerbereichen und in allen Fällen jeweils halb so groß wie nach der *Mörsch'schen* Fachwerkanalogie.

Wie bei den zuvor behandelten D-Bereichen gilt auch hier, dass achsparallele Stegbewehrung das Zugfeld mit einem Winkel von  $60^\circ$  kreuzen würde und daher wohl nicht gut geeignet ist.

Wie bereits mit der *Glg. (6.7)* gezeigt wurde, weisen die Gurte direkt im Momentennullpunkt eine Zugkraft von  $0,577 * V$  auf. Der mit *Glg. (6.1)* beschriebene veränderliche Verlauf der Gurtkräfte zeigt, dass dementsprechend die Biegezugkräfte an der Stelle  $x = 0,577 * z$  neben dem Momentennullpunkt den Nullwert erreichen. Auf der anderen Seite des Momentennullpunktes stellt sich auf Grund der gleichartigen Stegspannungen wie bei den Endauflagern der gleiche Verlauf der Zuggurtkräfte ein, wie dies im *Bild 4.13* dargestellt ist. Das folgende Bild zeigt den Verlauf der Zuggurtkräfte im Bereich der Momentennullpunkte, wobei zur besseren Übersicht der Einfluss der lokal einwirkenden Belastung zeichnerisch vernachlässigt wurde.

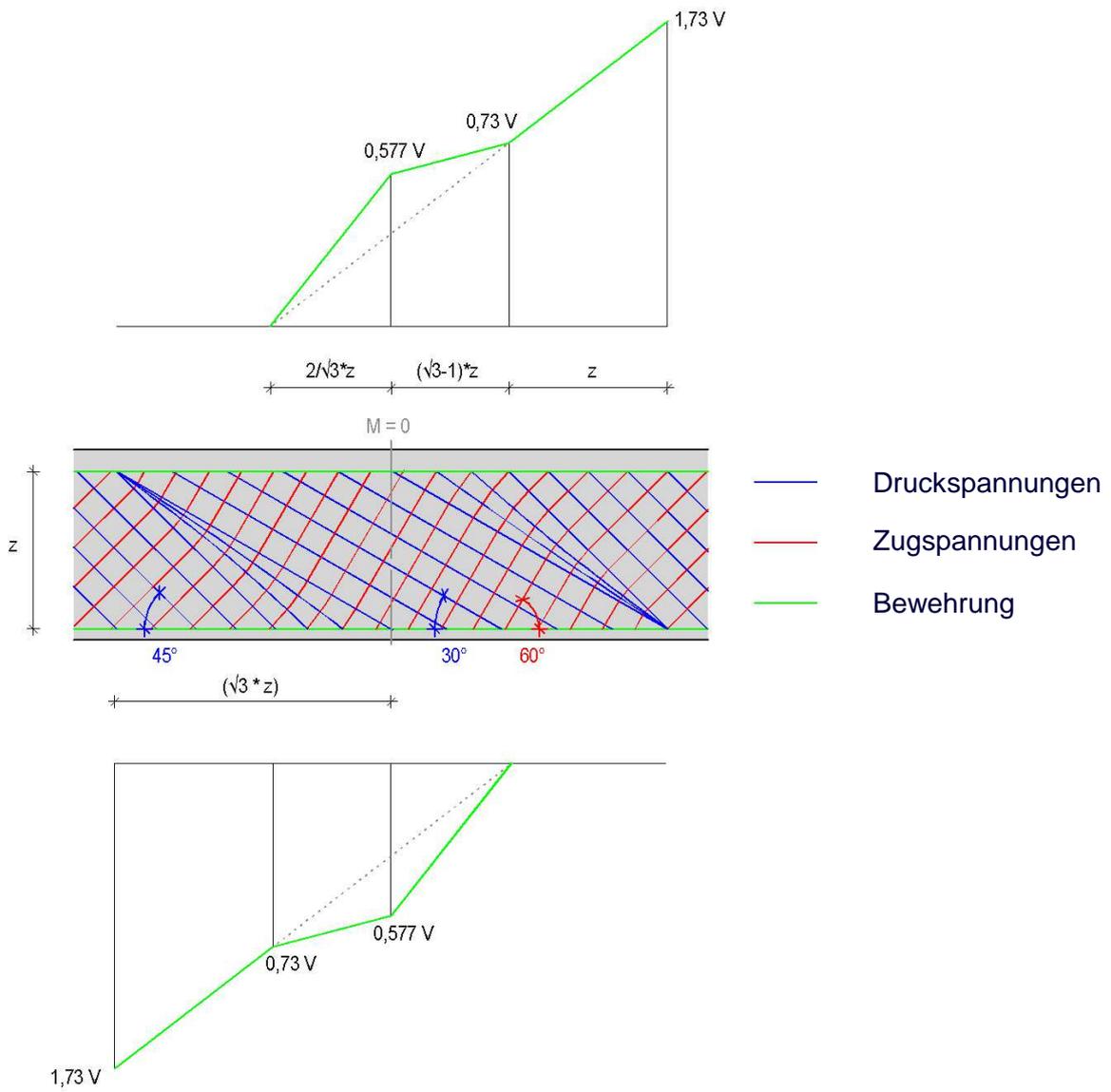


Bild 6.11: Verlauf der Zuggurkräfte in  $D_{OR}$ -Bereichen

## 6.6 Bemessung der $D_{0R}$ -Bereiche auf Druck

Für die in *Glg. (6.4)* ermittelte, unter  $30^\circ$  zur Tragwerksachse geneigte resultierende Druckkraft steht eine Verteilbreite von  $\sqrt{3} z / 2$  zur Verfügung. Die Druckfeldkräfte ergeben sich daraus zu

$$c_{w0} = 2 * 1,5 * V / (\sqrt{3} * z) = \sqrt{3} * V = 1,73 * V \quad (6.12).$$

Dies führt zu größeren Druckspannungen, als sie zuvor für die Stege in Biegebereichen und nahe den Auflagerbereichen ermittelt wurden.

Analog zu *Glg. (3.14)* kann demnach für Stege in Momentennullpunktsbereichen von Stahlbetontragwerken mit Stegbewehrung angegeben werden:

$$V_{Rd,max,eR} = 0,577 * b_w * z * \alpha_R * f_{cd} * \cos(\alpha - 60^\circ) \quad (6.13).$$

Dieser gegenüber den Auflagerbereichen mit dem Faktor 1,5 kleinere Wert dürfte jedoch in der Regel nicht ausschlaggebend sein, da die Querkräfte im Bereich der Auflager größer sind als an den Momentennullpunkten.

## 7. TRAGWERKE MIT ACHSPARALLELER STEGBEWehrUNG

Bei der vorliegenden Analyse der Biegebereiche wurde nachgewiesen, dass in den zugehörigen Stegbereichen unter  $45^\circ$  geneigte Stegzugfelder existieren - die einschlägigen Rissbilder und die einfache analytische Begründung belegen dies ganz eindeutig. Diese Stegzugfelder werden nach der bisher üblichen Stahlbetonpraxis meist durch Stegbewehrung rechtwinklig zur Tragwerksachse abgesichert. Dabei weicht die Richtung der Stegbewehrung von derjenigen der Stegzugspannungen um  $45^\circ$  ab. Daraus kann gefolgert werden, dass Stegbewehrung, die parallel zur Tragwerksachse eingebaut wird, in reinen Biegebereichen von Stahlbetontragwerken die gleiche Wirkung erzielen muss, da deren Richtung gegenüber derjenigen der Stegzugspannungen gleichfalls mit einem Winkel von  $45^\circ$  abweicht.

Wie bereits erwähnt, hätte diese neuartige Form der Bewehrungsführung gegenüber der konventionellen Ausbildung sehr deutliche Vorteile: Sie wäre nicht nur sehr viel leichter herzustellen, sondern auch leichter und schneller einzubauen und erfordert weniger Bewehrungsmengen, da die Bügelverankerungen entfallen. Dies würde dazu führen, dass Stahlbetonkonstruktionen mit dieser Bewehrungsform einfacher, schneller und somit auch wirtschaftlicher hergestellt werden könnten als konventionelle Konstruktionen.

Es wäre darüber hinaus auch eine Bewehrungsführung, die die von *Polónyi* [2.9] entwickelten Prinzipien besser berücksichtigen würde als die bisher bekannten Stegbewehrungsformen, da keine Bewehrungsstäbe in der Nähe der Betonoberfläche quer zur Hauptspannungsrichtung eingebaut werden, die Risse provozieren, sondern sie würde vielmehr im Biegezugbereich die Rissentwicklung und die Rissbreitenentwicklung einschränken.

Für die Bemessung dieser innovativen Konstruktionsvariante können die in den *Abschnitten* 3.4 und 3.5 abgeleiteten Zusammenhänge unverändert angewendet werden, gelten aber natürlich nur für Biegebereiche und nicht für die meistens auch vorhandenen Krafteinleitungsbereiche:

$$T_{R,l} = T_{R,t} = 0,5 * V \quad (7.1)$$

$$a_{sw,0^\circ} = A_{sw,0^\circ} / s_w = 0,5 * V_d / (f_{yd} * z) \quad (7.2)$$

$$V_{Rd,max,BR} = 0,707 * b_w * z * \alpha_R * f_{cd} \quad (7.3)$$

Die auf diese Weise ermittelte Stegbewehrung ist nur in der Zugzone der Querschnitte erforderlich. Dabei ist allerdings zu beachten, dass die Zugzone im gerissenen Zustand II deutlich höher ist als im Zustand I. In [21.1] wurden Ansätze entwickelt, wie die Höhe der Zugzone für Tragwerke im Zustand II rechnerisch vorherbestimmt werden kann.

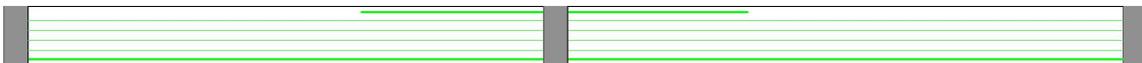
Wie neuere Untersuchungen [2.7] zeigten, geht von den Verankerungen von Bügeln in der Biegedruckzone eine Spaltwirkung aus, die die Biegetragfähigkeit der Querschnitte beschränkt. Da die Biegedruckzonen bei achspareller Stegbewehrung von derartigen Störungen frei sind, kann die Biegedruckfestigkeit voll ausgeschöpft werden. Achsparelle Stegbewehrung führt also sowohl in der Biegezug- als auch in der Biegedruckzone zu einem günstigeren Tragverhalten gegenüber herkömmlichen Konstruktionen.

Der Umstand, dass in den Biegedruckzonen keine achsparelle Stegbewehrung erforderlich ist, führt auch zu dem Ergebnis, dass bei dieser Form der Bewehrungsführung grundsätzlich weniger Bewehrung eingebaut werden muss als bei konventioneller Stegbewehrung. Diese Tendenz wird noch deutlich verstärkt durch die Tatsache, dass für die Verankerung

der Bügel in den Zug- und Druckgurten zusätzliche Bewehrungsmengen benötigt werden, die je nach Bauteilabmessungen mindestens rund 30 % bis oft über 100 % der für die eigentliche Kraftaufnahme und -weiterleitung erforderlichen Bewehrungsmengen ausmachen. Bei achsparallel angeordneter Stegbewehrung macht der für die Verankerungen erforderliche Bewehrungsanteil dagegen i. M. nur etwa 10 % der Kraft aufnehmenden Bewehrung aus. Dieser Zusammenhang vergrößert den bereits zuvor aufgezeigten wirtschaftlichen Vorteil der hier vorgestellten Stegbewehrungsvariante noch einmal ganz erheblich.

Auf der anderen Seite ist jedoch zu beachten, dass die aufgezeigte Logik der konstruktiven Gleichwertigkeit - bzw. Überlegenheit - von achsparalleler Stegbewehrung gegenüber herkömmlichen Bügeln, die rechtwinklig zur Tragwerksachse angeordnet sind, ausdrücklich nur für reine Biegebereiche gilt.

Wie die vorliegenden Untersuchungen belegen, erstrecken sich bei indirekt gelagerten Tragwerken die Biegebereiche stets bis unmittelbar an die Last aufnehmenden Bauteile. Solche Tragwerke sind also - vorausgesetzt, die hier entwickelte Theorie kann durch einschlägige Versuche bestätigt werden - besonders gut geeignet für die Anordnung von achsparalleler Stegbewehrung. Dies gilt insbesondere für einfeldrige Systeme. Das folgende Bild zeigt einen indirekt gelagerten zweifeldrigen Stahlbetonbalken mit rechteckigem Querschnitt und durchgehend angeordneter achsparalleler Stegbewehrung. Solche Tragwerke weisen mit den Momentennullpunkten bereits wieder Bereiche auf, in denen die Stegzugspannungen gegenüber der Tragwerksachse mit einem Winkel von  $60^\circ$  geneigt sind. Allerdings wirken dort meist nicht die größten Querkräfte des Tragwerks. Es kann nur durch Versuche festgestellt werden, ob in diesem Fall achsparallele Stegbewehrung zu einer ausreichenden Tragfähigkeit führen kann.



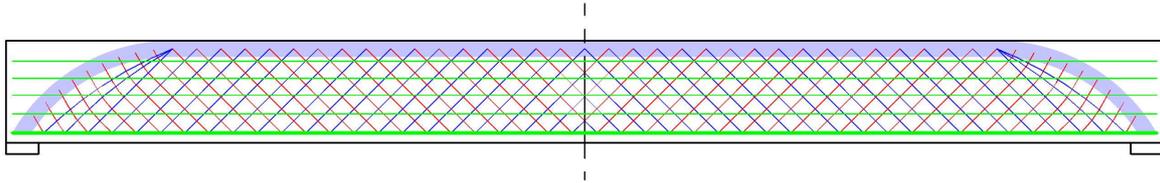
**Bild 7.1:** Indirekt gelagerter, rechteckförmiger Stahlbetonbalken mit durchgehend angeordneter achsparalleler Stegbewehrung

Nicht dargestellt sind in den Bildern des vorliegenden Kapitels die zur Lagesicherung der achsparallelen Stegbewehrung erforderlichen Montagehilfen. Sie können beispielsweise aus Bügeln bestehen, die jedoch nicht die Längsstäbe umschließen müssen, sondern innen angeordnet werden können. Auf diese Weise behindern sie nicht den Bewehrungseinbau und entsprechen auch den von *Polónyi* [2.9] entwickelten Prinzipien, da sie nicht in der Nähe der Betonoberfläche quer zur Hauptspannungsrichtung eingebaut werden, wo sie Risse provozieren könnten.

Den Regelfall stellen im Bauwesen direkt gelagerte Tragwerke dar. Wie in den vorhergehenden Kapiteln gezeigt wurde, sind die maßgebenden Stegzugspannungen im Bereich der direkten Auflager und der Momentennullpunkte gegenüber der Tragwerksachse jeweils mit einem Winkel von  $60^\circ$  geneigt. Es kann daher nicht ohne weiteres davon ausgegangen werden, dass achsparallele Stegbewehrungen auch in den Auflagerbereichen eine hinreichende Sicherheit bieten. Versuche, bei denen die Richtung der zur Zugkraftaufnahme eingelegten Bewehrung um  $60^\circ$  von derjenigen der Zugspannungen abweicht, sind nicht bekannt.

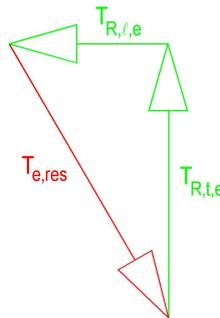
Da aber biegebeanspruchte Stahlbetonbauteile, die Stegbewehrung benötigen, besonders einfach und somit besonders wirtschaftlich hergestellt werden könnten, wenn sie auf ihre gesamte Länge ausschließlich mit achsparalleler Stegbewehrung ausgestattet werden könnten, ist es von besonderem Interesse, das entsprechende Tragverhalten zu erforschen.

Das folgende Bild zeigt einen direkt gelagerten Stahlbetonbalken mit rechteckigem Querschnitt und durchgehend angeordneter achsparalleler Stegbewehrung. Zur Verdeutlichung der zuvor angesprochenen Problematik sind die in den vorgehenden Kapiteln ermittelten Zugspannungsfelder und die druckbeanspruchten Bereiche gleichfalls dargestellt.



**Bild 7.2:** Rechteckförmiger Stahlbetonbalken mit durchgehend angeordneter achsparalleler Stegbewehrung

Sinngemäß zu den *Bildern* 3.5, 3.6 und 4.11 führt in den  $D_{eR}$ -Bereichen die Resultierende der Bogenumlenkkräfte gemäß *Bild* 7.3 zu den dargestellten resultierenden Bewehrungslängs- und -querkräften. Das dargestellte Krafteck gilt sinngemäß auch in den  $D_{iR}$ - und den  $D_{0R}$ -Bereichen.



**Bild 7.3:** Resultierende Beanspruchungen achsparalleler Stegbewehrung in  $D_{eR}$ -Bereichen

Für die achsparallele Stegbewehrung ergeben sich folgende Zusammenhänge:

$$T_{R,l,e} = 0,577 * V \quad (7.4)$$

$$T_{R,t,e} = V \quad (7.5).$$

Maßgebend ist die Querkraft an der Stelle  $x = \sqrt{3} * z$ , in guter Näherung also bei  $x = 1,5 * d$ . Die Zugkraftkomponente  $T_{R,l,e}$  in Richtung der achsparallelen Stegbewehrung erfordert folgende Bewehrungsmenge:

$$a_{sw,0^\circ,e} = A_{sw,0^\circ,e} / s_w = 0,577 * V_d / (f_{yd} * z) \quad (7.6).$$

Bei der Anordnung von achsparalleler Stegbewehrung ist in  $D_{eR}$ -Bereichen somit gegenüber den B-Bereichen eine um ca. 15 % größere Bewehrungsmenge erforderlich. Hinsichtlich der großen Vorteile, die diese Bewehrungsführung in wirtschaftlicher Hinsicht verspricht, ist dies jedoch nur als sehr untergeordneter kleiner Nachteil zu bewerten.

Über die Auswirkung der Zugkraftkomponente  $T_{R,t,e}$  quer zur achsparallelen Stegbewehrung ist mangels einschlägiger Versuche keine eindeutig untermauerte Prognose möglich. Es kann nicht von vornherein ausgeschlossen werden, dass das System funktioniert und im

Vergleich zur konventionellen Lösung lediglich den Nachteil vergrößerter Rissbreiten aufweist. Sollte dies mit entsprechenden Versuchen bestätigt werden, könnte man daran denken, die rechnerische Querkrafttragfähigkeit der  $D_{ER}$ -Bereiche mit achsparalleler Stegbewehrung so zu begrenzen, dass keine unerwünscht großen Rissbreiten entstehen können.

Denkbar ist allerdings auch, dass mit achsparalleler Stegbewehrung in  $D_{ER}$ -Bereichen keine ausreichende Tragfähigkeit erzielt werden kann, da die entstehenden Risse gegenüber der Tragwerksachse und damit auch zur Stegbewehrung einen Winkel von nur  $30^\circ$  aufweisen. Dies könnte dazu führen, dass diese Risse, wenn sie auf die Bewehrung treffen, diese nicht mehr kreuzen, sondern sich entlang der Bewehrung weiter entwickeln und damit die Bewehrung unwirksam wird. Dieses Szenarium wäre vor Allem bei Stegen geringer Dicke denkbar.

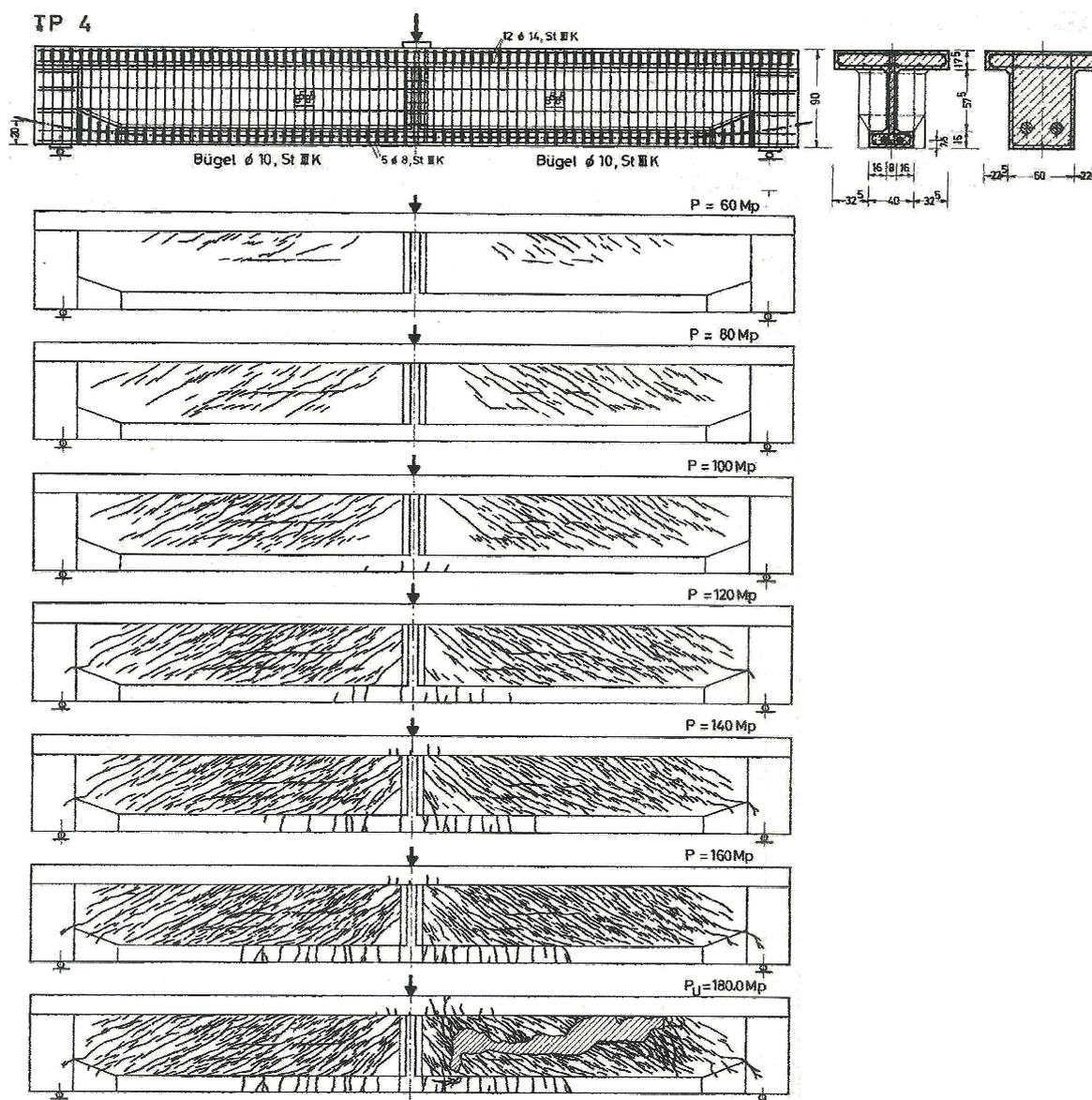


Bild 7.4: Bewehrung und Rissbilder des Versuchsbalkens TP 4 aus [7.1]

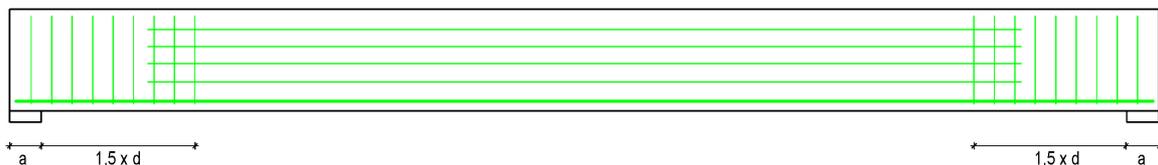
Es gibt tatsächlich einen in der Literatur dokumentierten Versuch, der eher vermuten lässt, dass achsparallele Stegbewehrung nicht uneingeschränkt geeignet sein könnte, Stegzugfel-

der, die unter  $60^\circ$  zur Tragwerksachse geneigt sind, zu sichern. Es handelt sich um einen vorgespannten Stahlbetonbalken, der in [7.1] vorgestellt wurde, s. *Bild 7.4*.

Obwohl der Balkensteg mit Bügel  $\varnothing 10$  mm im Abstand von nur 8,5 cm bewehrt war, haben die zusätzlich achsparallel angeordneten Stäbe die Riss- und Bruchentwicklung offensichtlich maßgeblich beeinflusst. In Folge der Vorspannung stellten sich im Steg Zugspannungen ein, die gegenüber der Tragwerksachse etwa mit  $60^\circ$  geneigt waren. Die daraus resultierenden Stegrisse wiesen somit gegenüber den achsparallel angeordneten Stäben in den Stegen einen Winkel von rund  $30^\circ$  auf. Trotz der vorhandenen, eng verlegten Bügel glitten die Risse an diesen Stäben bereits bei vergleichsweise geringen Lasten ab. Die auf diese Weise entlang der Längsstäbe entstandenen Risse führten schließlich zum Versagen der Konstruktion.

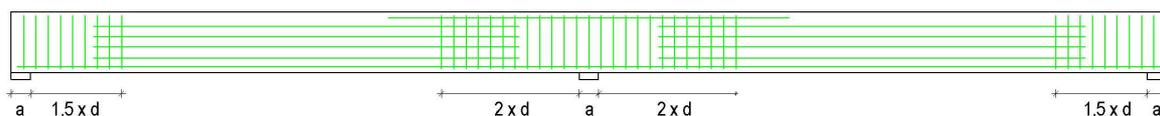
Dabei dürfte jedoch entscheidend gewesen sein, dass der Steg mit nur 8 cm Dicke extrem dünn und die Störung durch die sehr eng verlegten Bügel daher besonders stark war. In [7.1] sind weitere Spannbetonträger beschrieben, die in den Stegen ähnlich bewehrt waren, allerdings mit deutlich größeren Bügelabständen (14, 15 und 20 cm). Keiner dieser Balken wies eine auch nur ansatzweise vergleichbar empfindliche Reaktion gegenüber den dort auch vorhandenen achsparallel angeordneten Stäben auf, obwohl sie teilweise auch nur Stegdicken von 8 cm aufwiesen.

Welche Zustände sich tatsächlich einstellen werden, kann eindeutig nur durch weitere Versuche geklärt werden. Sollten derartige Versuche zeigen, dass es nicht zu zufrieden stellenden Ergebnissen führt, wenn man in den  $D_{eR}$ -Bereichen, bzw. auch bei Innenstützen und Momentennullpunkten die Stegbewehrung achsparallel anordnet, können ihre aufgezeigten Vorteile - nachdem sie mit Versuchen bestätigt wurden - dennoch in den Biegebereichen genutzt werden, indem die D-Bereiche weiterhin mit Stegbewehrung rechtwinklig zur Tragwerksachse bzw. in Richtung der Zugspannungen gesichert werden. Das folgende Bild zeigt diese Bewehrungskombination am Beispiel eines einfeldrigen Tragwerks mit frei drehbaren Auflagern.



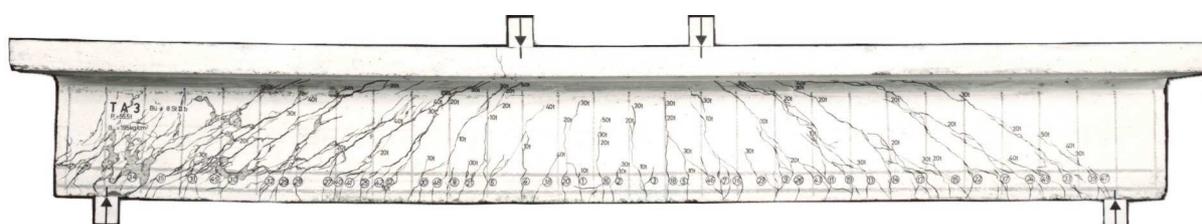
**Bild 7.5:** Einfeldriger, rechteckförmiger Stahlbetonbalken mit achsparalleler Stegbewehrung im Biegebereich und herkömmliche Stegbewehrung an den Auflagern

Die Situation eines zweifeldrigen - bzw. sinngemäß eines mehrfeldrigen - Tragwerks zeigt das nächste Bild, bei dem die Auflagerbereiche mit rechtwinklig zur Tragwerksachse angeordneter Stegbewehrung ausgestattet sind, während die übrigen Bereiche (einschließlich der Momentennullpunkte) mit achsparalleler Stegbewehrung gesichert sind. Es kann nur durch Versuche geklärt werden, ob mit dieser Bewehrungsform die Bereiche um die Momentennullpunkte hinreichend gesichert sind. Es erscheint möglich zu sein, da die Querkkräfte in den Momentennullpunkten kleiner sind als bei den Innenstützen. Sollte allerdings auch bei den Momentennullpunkten Stegbewehrung rechtwinklig (oder geneigt) zur Tragwerksachse erforderlich sein, würde der Vorteil der achsparallel angeordneten Bewehrung bei durchlaufenden Systemen nur deutlich begrenzt anwendbar sein.



**Bild 7.6:** Zweifeldriger, rechteckförmiger Stahlbetonbalken mit herkömmlicher Stegbewehrung an den Auflagern und ansonsten achsparalleler Stegbewehrung

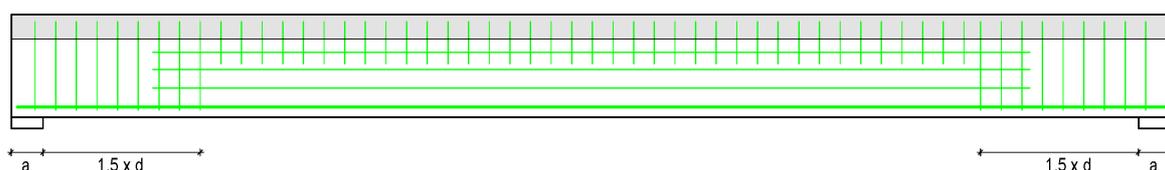
Ein weiterer Punkt, der vor der allgemeinen Anwendung von achsparalleler Stegbewehrung zu untersuchen ist, betrifft das Zusammenwirken der Stege mit den Gurten bei profilierten Querschnitten. Wie das Beispiel des Versuchsbalkens TA 3 aus [2.2] im folgenden *Bild 7.7* sehr anschaulich zeigt, können die Stegrisse bei Tragwerken mit ausgeprägten Druckgurten an deren Unterkanten abgelenkt werden.



**Bild 7.7:** Stegrisse des Balkens TA 3 aus [2.2] werden an der Unterkante des Druckgurts abgelenkt

Die im vorliegenden Fall rechtwinklig zur Tragwerksachse eingelegte Stegbewehrung sichert hier die Zugkraftübertragung vom Steg in den Druckgurt. Dies ist auch gewährleistet bei geneigter Stegbewehrung. Bei achsparalleler Stegbewehrung besteht dagegen die Gefahr, dass der Steg vom Druckgurt abgerissen wird. Möglicherweise muss daher in Plattenbalken bei der Verwendung von achsparalleler Stegbewehrung eine zusätzliche Verbundbewehrung zwischen Steg und Druckgurt eingebaut werden, um dies zu vermeiden. Ein ähnlicher Effekt ist auch beim Übergang der Stege in entsprechend ausgeprägte Zuggurte denkbar.

Sollten sich diese Überlegungen durch entsprechende Versuche als zutreffend erweisen, könnte bei den häufig vorkommenden T-förmigen Plattenbalken eine Verbindung zwischen oben liegendem Gurt und dem Steg relativ einfach hergestellt werden mit Hilfe von Steckbügeln, die leicht von oben eingebaut werden könnten, ins besondere dann, wenn sie - z. B. mattenförmig - größere Einheiten bilden. Sie müssten von der Unterkante des Druckgurts so weit in den Steg geführt werden, dass sie eine vollwertige Verankerung im Steg aufweisen. Das *Bild 7.8* zeigt dieses Bewehrungsschema.



**Bild 7.8:** Stahlbeton-Plattenbalken mit achsparalleler Stegbewehrung und Verbundbewehrung zwischen Druckgurt und Steg

Unten liegende Gurte könnten grundsätzlich in gleicher Weise angeschlossen werden. Sie kommen heute allerdings praktisch nur noch in Form von Hohlkastenkonstruktionen vor. Diese werden jedoch in der Regel vorgespannt, wodurch andere Spannungszustände ent-

stehen als die hier analysierten. Die Frage, ob achsparallele Stegbewehrung bei vorgespannten Konstruktionen sinnvoll sein könnte, wird im *Teil 3* der *Stahlbetonanalyse 21* erörtert.

Unter volkswirtschaftlichen Aspekten ist es in hohem Maße zu befürworten, baldmöglichst Versuche mit einer solchen innovativen Bewehrungsführung durchzuführen, um entsprechende Konstruktionsregeln absichern und in die anerkannten Regeln der Technik aufnehmen zu können.

## 8. VERGLEICH MIT ANDEREN FORSCHUNGSARBEITEN

Die rund 120 Jahre alte Eisen- bzw. Stahlbetonbauweise wurde bezüglich der Stegbemessung biegebeanspruchter Konstruktionen mit Stegbewehrung in den vergangenen 100 Jahren maßgeblich geprägt durch das von *Mörsch* bereits zu Beginn des vergangenen Jahrhunderts entwickelte Fachwerkmodell [1.2] und leistete für viele Jahrzehnte eine sehr nützliche Bemessungsgrundlage. Dieses Modell geht von durchweg unter  $45^\circ$  geneigten Druckstreben und von Zugstreben aus, die stets der Richtung der Stegbewehrung folgen.

Der in zahlreichen Versuchen gewonnenen Erkenntnis, dass die Stegbewehrungen oft deutlich weniger stark beansprucht wurden, als nach diesem Fachwerkmodell zu erwarten war, wurde in Deutschland erstmals Rechnung getragen durch eine „verminderte Schubdeckung“ in der Ausgabe der DIN 1045 von 1972 [8.1]. Maßgebliche Grundlage bildeten hierfür die unter *Kupfer* (z. B. [3.1]) und *Leonhardt* („Stuttgarter Schubversuche“, z. B. [1.4]) entstandenen Arbeiten, die zur „erweiterten Fachwerkanalogie“ führten.

Den Kern dieser Betrachtung bildet die Vorstellung, dass ein Teil der Querkraft durch zusätzlich zum *Mörsch'schen* Fachwerk aktivierte „Betontragwirkungen“ aufgenommen wird. Dazu gehören flacher als unter  $45^\circ$  geneigte Druckstreben, die Rahmenwirkung zwischen biegesteifen Fachwerkdruckstreben und dem Druckgurt, die Rissverzahnung und die Dübelwirkung der Zuggurtbewehrung.

Diese Vorstellung bestimmte im Wesentlichen auch den Stand der Wissenschaft in den vergangenen 40 Jahren. Als Zusammenfassung dieses Standes kann der Aufsatz von *Reineck* [2.6] betrachtet werden. Wie schon von *Mörsch* vor über 100 Jahren postuliert, wird die Richtung der Zugstreben des (gedachten) Fachwerks bislang stets als identisch mit der Richtung der Stegbewehrung angenommen. Um die statistisch sehr gut gesicherten tatsächlichen, gegenüber diesem Modell oft geringeren Bruchlasten gleichfalls mit einem schlüssigen Modell beschreiben zu können, wird die Neigung der Druckstreben nunmehr an jeder beliebigen Stelle des Tragwerks in gewissen (weiten) Grenzen frei gewählt. Bei flacheren Druckstrebenneigungen nehmen dabei zwar (rechnerisch) die Stegdruckspannungen zu, es steht aber auch (rechnerisch) vergleichsweise mehr Stegbewehrung zur Querkraftaufnahme zur Verfügung.

Die Tatsache, dass die Neigung der Druckstreben frei gewählt werden kann, beinhaltet - wenn auch sicher ungewollt - die eindeutige Bestätigung, dass diese Bemessungsmethode nicht mit dem tatsächlichen Tragverhalten übereinstimmen kann. Woher soll denn die ausgeführte Stahlbetonkonstruktion wissen, welchen rechnerisch willkürlich vorgegebenen Neigungswinkel die Druckstreben einzunehmen haben?

Als physikalische Ursache der damit errechneten - gegenüber dem *Mörsch'schen* Fachwerk meist deutlich verminderten - Zugstrebenbeanspruchung wird eine zusätzlich zu dieser Fachwerkwirkung im Stegbereich aktivierte Rissreibung unterstellt, so dass auch gelegentlich von „Fachwerkmodellen mit Rissreibung“ gesprochen wird. Allerdings ist es bislang wohl nicht gelungen, diese angenommene Rissreibung in Versuchen schlüssig nachzuweisen. Vielmehr wurde in [8.2] von *König, Hegger u. a.* berichtet, dass „im Bruchzustand . . . nur geringe Reibungskräfte aktiviert werden“ können.

Von diesem Stand der Wissenschaft unterscheidet sich die vorliegende Stahlbetonanalyse vor allem in den folgenden Punkten:

- ⇒ Die Richtung der Stegzugfelder folgt nicht zwingend der Richtung der Stegbewehrung; sie wird vielmehr vom Minimum der Formänderungsarbeit bestimmt.
- ⇒ Weicht die Richtung der Stegzugfelder (nicht zu sehr) von der Richtung der Stegbewehrung ab, leitet die Stegbewehrung auch Kräfte quer zur Stabachse über die Stegrisse.
- ⇒ Die tatsächliche Richtung der Stegzugfelder wird konsequent aus der Richtung der Risse abgeleitet.
- ⇒ Auch in den Rissfeldern stehen die Hauptspannungen im rechten Winkel zueinander.
- ⇒ Für die Bestimmung der Stegbeanspruchungen wird streng unterschieden zwischen reinen Biegebereichen und den verschiedensten D-Bereichen.

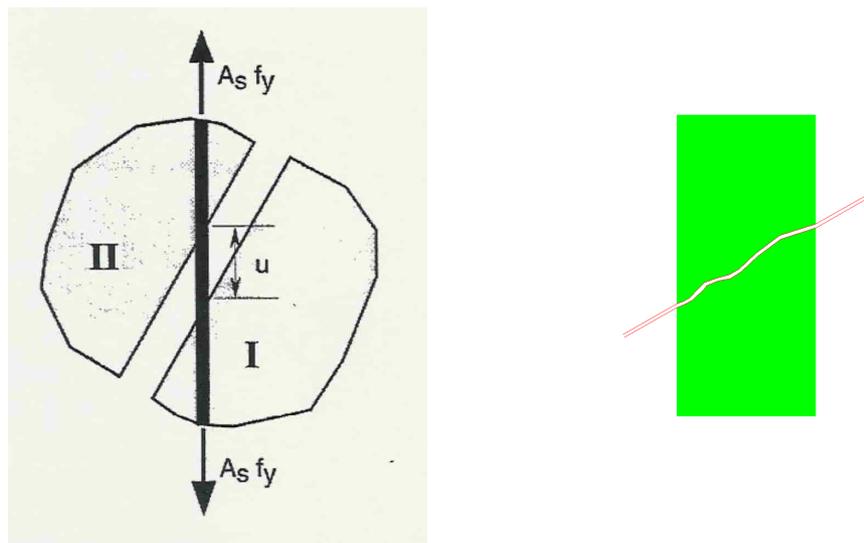
Diese Betrachtungsweise führt zu physikalisch widerspruchsfreien Darstellungen des Stegtragverhaltens, da sie auch völlig im Einklang stehen mit allen auftretenden Rissen. Da die aus den Rissbildern abgeleiteten Spannungsrichtungen dem Minimum an Formänderungsarbeit entsprechen, führen sie ohne den Ansatz einer zusätzlichen „Betontragwirkung“ zu den tatsächlichen Beanspruchungen.

In der erst kürzlich erschienenen Veröffentlichung [1.1] von *Hegger* und *Görtz* kommt die dort gewählte Beschreibung des Stegtragverhaltens biegebeanspruchter Stahlbetonkonstruktionen mit Stegbewehrung den vorliegenden Erkenntnissen bereits recht nahe:

*„Durch eine Querkraftbewehrung lässt sich die wirksamste Steigerung der Tragfähigkeit über die Querkrafttrisslast hinaus erzielen. Die freigesetzten Risskräfte werden auf die Bewehrung umgelagert und die Rissufer dadurch zugfest verbunden. Durch die Verbundwirkung zwischen Bewehrung und Beton werden ausgehend von der Rissstelle wieder Zugspannungen in den umgebenden Beton eingetragen, so dass bei anwachsender Beanspruchung neue Querkraftrisse erzeugt werden.“*

Die Richtung dieser Zugspannungen folgt dabei allerdings nicht - wie stillschweigend unterstellt - der Richtung der Stegbewehrung, sondern dem Gesetz des Minimums der Formänderungsarbeit. In reinen Biegebereichen - also ohne Einfluss von Einzellasten oder anderen Diskontinuitäten - sind die Zugspannungen unter  $45^\circ$  zur Tragwerksachse geneigt. Die dazu meist im Gegensatz stehende, auf die *Mörsch'sche* Fachwerkanalogie zurückgehende Annahme, dass Zugstreben stets in Richtung der Bewehrung wirken, wird durch viele Rissbilder widerlegt; besonders anschaulich sind diesbezüglich die Versuchsbalken T 1 und T 2 aus [1.3] (s. *Bild 1.1*).

Die unzutreffende Annahme, dass Zugstreben stets in Richtung der Bewehrung wirken, wurde teilweise wohl auch unterstützt durch recht abstrakte Darstellungen von Rissen, die die Stegbewehrung kreuzen. So findet man beispielsweise in [8.3] die im *Bild 8.1* links wieder gegebene Darstellung, bei der die Rissbreite ein Mehrfaches des Stabdurchmessers erreicht. Rechts im Bild sind die realistischen Verhältnisse dargestellt (Stabdurchmesser 8 mm, Rissbreite 0,2 mm).



**Bild 8.1:** Schematische Rissdarstellung in [8.3] und maßstäbliche Darstellung

Bei der Betrachtung dieser Darstellungen kann man leicht nachempfinden, wie auf der Grundlage der Darstellung nach [8.3] die Vorstellung entstehen kann, dass Stegbewehrungen stets nur in ihrer Längsrichtung beansprucht werden. Aber genau so anschaulich lässt die maßstäbliche Darstellung erkennen, dass die Stegbewehrungsstäbe als Träger mit enorm kleiner Schlankheit ( $1/h = 0,2/8 = 0,025$ !) tatsächlich problemlos auch „Querkkräfte“ über die Risse leiten und über „elastische Bettung“ abgeben können.

Die wesentlichen Unterschiede zwischen den hier durch konsequente Rissbildanalyse erarbeiteten Ergebnissen gegenüber dem bisherigen Stand der Wissenschaft können sehr anschaulich durch eine im folgenden Bild enthaltene Gegenüberstellung des bereits im vorliegenden Bild 2.5 aus [2.6] zitierten Fachwerkmodells von *Reineck* mit den hier gefundenen Spannungstrajektorienverläufen aufgezeigt werden.

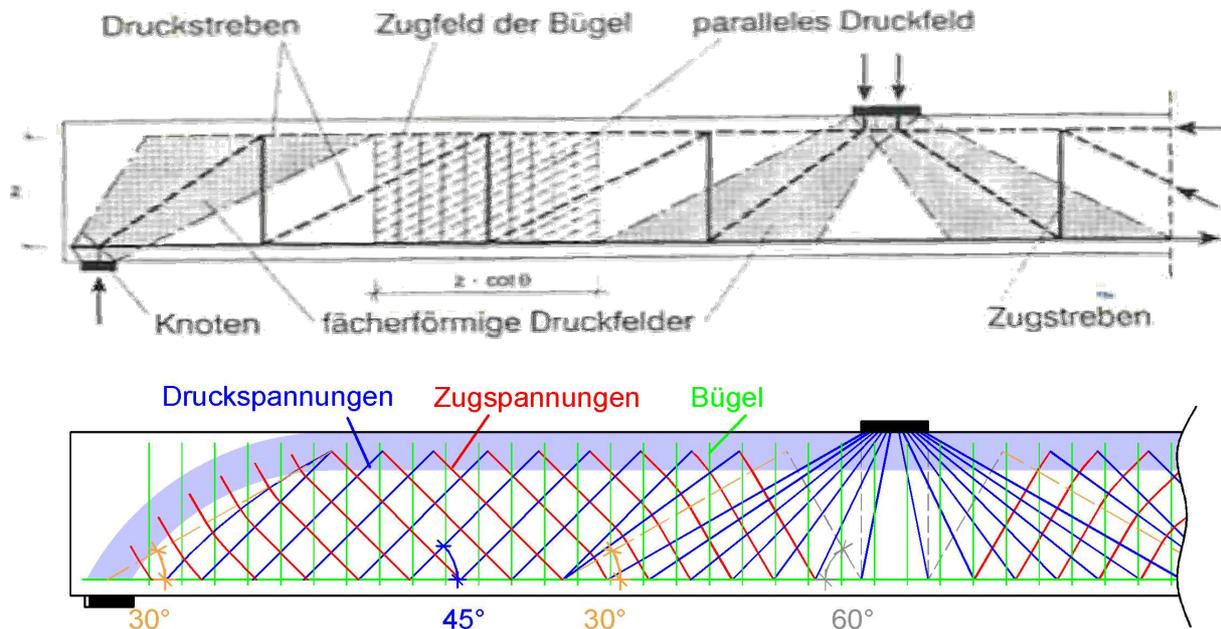
Im Bereich frei drehbarer Endauflager stellen sich keine fächerförmigen Druckfelder ein, sondern ein geneigter Druckbogen, der durch ein unter  $60^\circ$  zur Tragwerksachse geneigtes Zugspannungsfeld im Gleichgewicht gehalten wird. Dies führt unmittelbar zu dem Ergebnis, dass rechtwinklig zur Tragwerksachse angeordnete Stegbewehrung lediglich auf die Größe von  $V_d/2z$  zu bemessen ist; das *Mörsch'sche* Fachwerk erfordert dagegen als Bemessungsgröße den doppelten Wert, nämlich  $V_d/z$ .

Die grafische Gegenüberstellung lässt insbesondere für den  $D_{eR}$ -Bereich gut erkennen, dass das aus der Rissbildanalyse entwickelte Tragsystem die geringere Verformungsarbeit erfordert, da sowohl die Druckspannungen als auch die Zugspannungen über kürzere Längen wirken.

In Biegebereichen sind die Druckfelder ebenso wie die Zugfelder stets mit  $45^\circ$  zur Tragwerksachse geneigt. Wie die Darstellung des vorliegenden Bildes 3.5 anschaulich zeigt, führt auch diese Erkenntnis gegenüber dem *Mörsch'schen* Fachwerk unmittelbar zur Halbierung der Bemessungsgröße für die rechtwinklig zur Tragwerksachse angeordnete Stegbewehrung.

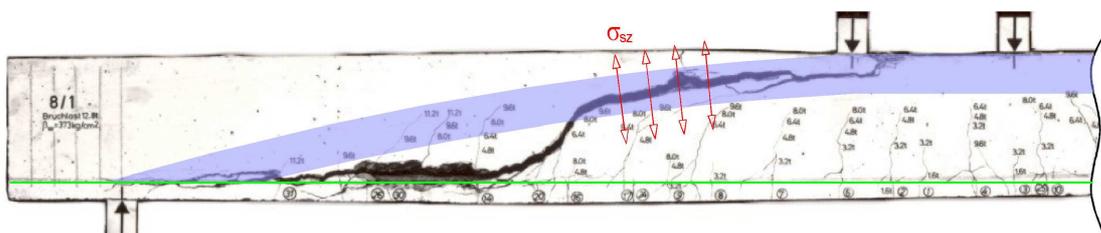
Im Bereich von Innenstützen sowie von Einzellasten, die hinreichend weit von Auflagern entfernt einwirken, stellen sich tatsächlich fächerförmige Druckfelder ein, wie sie von *Reineck* in [2.6] dargestellt wurden. Der entscheidende Unterschied besteht darin, dass die für das Gleichgewicht der fächerförmigen Druckfelder erforderlichen Zugfelder unter  $60^\circ$  zur Tragwerksachse geneigt sind. Dies führt sinngemäß zu den Endauflagerbereichen zur Hal-

bierung der erforderlichen Stegbewehrung gegenüber dem *Mörsch'schen* Fachwerk, wenn diese - wie allgemein üblich - rechtwinklig zur Tragwerksachse angeordnet wird.



**Bild 8.2:** Gegenüberstellung des Fachwerkmodells nach *Reineck* [2.6] mit den vorliegend erarbeiteten Ergebnissen für Biegebeanspruchung

Es sei noch darauf hingewiesen, dass die Darstellung der der hier erarbeiteten Ergebnisse in dem *Bild 8.2* nicht vollständig sind: nach den in [21.1] durchgeführten Untersuchungen wird der dargestellte Spannungszustand überlagert durch ein Sprengwerk, das etwa ein Viertel der eingeleiteten Einzellast direkt zu den Auflagern leitet, wie dies im folgenden Bild am Beispiel des Balkens 8/1 aus [1.4] dargestellt ist. Der nahe der eingeleiteten Kraft entstandene Rissabschnitt bestätigt, dass sich die dargestellte Druckstrebe tatsächlich eingestellt hat und die zugehörigen Spaltzugspannungen wirksam wurden.



**Bild 8.3:** Anteiliges Sprengwerk mit Spaltzugspannungen des Balkens 8/1 aus [1.4]

Dieser Effekt ist in den meisten Versuchen mit Stahlbetontragwerken enthalten, da vorzugsweise direkt mit Pressen belastet wird, wurde aber bislang bei den Auswertungen nicht entsprechend gewürdigt.

Die vorliegende Analyse zeigt auch sehr anschaulich, dass die derzeit von der DIN 1045-1 vorgegebene Möglichkeit, die Druckfeldneigungen in weiten Bereichen frei wählen zu können, nicht dem tatsächlichen Tragverhalten entspricht. Vielmehr ist diesbezüglich auf die eindeutigen Unterschiede zwischen Biegebereichen und D-Bereichen zu achten: in  $B_R$ -

Bereichen sind die Zug- und Druckfelder jeweils um  $45^\circ$  gegen die Tragwerksachse geneigt, in den verschiedenen hier untersuchten D-Bereichen (Auflager und Momentennullpunkte) weisen die Zugfelder gegenüber der Tragwerksachse einen Winkel von  $60^\circ$  auf. Ausgeprägte, unter  $30^\circ$  gegen die Tragwerksachse geneigte Druckfelder stellen sich lediglich im Bereich der Momentennullpunkte ein.

Möchte man zwischen den vorliegenden Ergebnissen und der bislang vornehmlich geltenden Theorie zum Stegtragverhalten, nämlich dem *Mörsch'schen* Fachwerk, überlagert von Betontragwirkungen in Form von Rissreibung, eine Brücke bauen, so könnte diese wie folgt aussehen: Natürlich treten in (sinnvoll angeordneten) Stegbewehrungen stets Kräfte in Richtung dieser Bewehrung auf; ist jedoch für das Zustandekommen von Zugfeldern mit dem Minimum an Formänderungsarbeit eine weitere Kraftkomponente erforderlich, so wird diese von der Bewehrung über die Risse geleitet. Oder anders ausgedrückt: Die bislang vermutete, jedoch noch nie explizit nachgewiesene Rissreibung stellt sich in Form von Dübelkräften an den Bewehrungsstäben ein, die die Risse kreuzen.

## 9. ZUSAMMENFASSUNG

Der vorliegenden Analyse des Tragverhaltens von Stahlbetontragwerken mit Stegbewehrung wurde zunächst eine Betrachtung über die derzeit bekannten Stegbewehrungsformen voran gestellt. Man kann diese Formen unterteilen in feingliedrig, Stäbe mit großem Abstand und in Sonderformen. Da sich letztere in der Praxis bislang nicht durchsetzen konnten und Stegbewehrungen mit großem Abstand bereits bei vergleichsweise geringer Belastung zu Spalt-rissen und dadurch zu geringer Tragfähigkeit führen, wurden die vorliegenden weiteren Ana-lysen auf Rissbilder von Bauteilen beschränkt, die feingliedrige Stegbewehrungen aufwei-sen.

Die der vorliegenden Arbeit zu Grunde liegende konsequente Rissbildanalyse deckt zu-nächst an Hand der in [1.3] vorgestellten Versuchsbalken T 1 und T 2 einen Widerspruch auf, der bislang in der Fachliteratur so gut wie keine Beachtung fand: Bei beiden Balken stellten sich die Stegrisse in den - hier bis zu den indirekten Lagerungen reichenden - Biegebereichen mit einer Neigung von  $45^\circ$  gegenüber der Tragwerksachse ein, obwohl in einem Fall die Bügel rechtwinklig zur Tragwerksachse eingebaut wurden und im anderen Fall gegenüber dieser einen Winkel von  $45^\circ$  aufweisen. Es entspricht also nicht der Realität, wenn man gemäß dem von *Mörsch* vor über hundert Jahren entwickelten Fachwerkmodell [1.2] grundsätzlich von Zugstreben in Richtung der Stegbewehrung ausgeht.

Ein weiterer sehr wichtiger Aspekt, der sich aus der konsequenten Rissbildanalyse ergibt, besteht aus der - eigentlich nicht mehr ganz neuen - Erkenntnis, dass sich auch in den Stegen unterschiedliche Tragmechanismen einstellen für Biegebereiche und so genannte D-Bereiche (diskontinuierlich geformte oder belastete Bereiche, s. z. B. [1.6]). So weisen die Risse in der Nähe von Auflagern und von Momentennullpunkten andere Richtungen auf als in den Biegebereichen. Der aktuelle Stand der Wissenschaft bezüglich des Stegtragverhal- tens, wie er u. a. in [1.1] und in [2.6] wieder gegeben wird (s. die vorliegenden *Bilder 1.2* und *2.5*) kennt dagegen für Biege- und für Auflagerbereiche nur identische Zugspannungs- richtungen. In der vorliegenden Stahlbetonanalyse wird dagegen konsequent unterschieden zwischen Biegebereichen und D- Bereichen.

Die durchgeführte Analyse von Rissbildern in reinen Biegebereichen zeigt, dass sich hier ab einer gewissen Belastungsstufe stets Risse einstellen, die gegenüber der Tragwerksachse mit  $45^\circ$  geneigt sind. Bei Tragwerken mit ausgeprägten Zuggurten entspricht dies der Richtung der Zugspannungen im Zustand I (s. [21.1]). Bei den übrigen Tragwerken haben die etwa rechtwinklig zur Tragwerksachse gerichteten Biegerisse zur Folge, dass sich in den gerissenen Stegbereichen keine Spannungen  $\sigma_x$  parallel zur Tragwerksachse einstellen können. Daraus resultiert, dass die Hauptzug- und -druckspannungen in den gerissenen Stegbereichen jeweils gegenüber der Tragwerksachse mit  $45^\circ$  geneigt sind.

Wie das vorliegende *Bild 3.5* sehr anschaulich illustriert, entstehen dadurch deutlich gerin- gere Stegbeanspruchungen, als nach dem *Mörsch'schen* Fachwerkmodell für Tragwerke mit rechtwinklig zur Tragwerksachse angeordneter Stegbewehrung zu erwarten wären. Die konsequente Rissbildanalyse führt somit direkt zu den Ergebnissen mit dem jeweiligen Mini- mum an Formänderungsarbeit und erfordert daher zur Erklärung von Versuchsergebnissen keine ergänzenden „Betontraganteile“. Wie die hier vorgestellten Ergebnisse zeigen, führt die angewendete Methodik zudem zu sehr einfachen und wirtschaftlichen Bemessungs- regeln.

Wenn in vielen Fällen, wie die durchgeführten Rissbildanalysen zweifelsfrei belegen, die Stegrisse nicht rechtwinklig zur Achse der Stegbewehrung gerichtet sind, bedeutet dies, dass die Stegzugspannungen nicht die Richtung der Bewehrung einnehmen. Für das

Gleichgewicht ist es in solchen Fällen erforderlich, dass die Stegbewehrung nicht nur in ihrer Stabachse, sondern auch rechtwinklig dazu Spannungskomponenten über die Risse leitet.

Dieser Zusammenhang wird sehr anschaulich bestätigt durch Stegbruchbilder, bei denen die quer zur Bewehrungsrichtung übertragenen Spannungskomponenten örtlich die Stegdruckspannungen so stark erhöhten, dass an solchen Stellen Betonschollen heraus brachen.

Wenn die Stegbewehrung nicht in Richtung des Zugfeldes angeordnet wird, erhält man nach den vorliegenden Erkenntnissen zunächst einen Bonus in der Weise, dass die in Achsrichtung der Bewehrung wirkenden Kräfte kleiner werden. Allerdings erhält man diesen Bonus nicht geschenkt, denn die dann entstehende Kraftkomponente quer zur Bewehrungsrichtung führt sowohl zu größeren Rissbreiten als auch zu größeren Stegdruckspannungen, die bei schlanken Stegen maßgebend werden für die Tragfähigkeit des Systems.

Auch in den verschiedenen D-Bereichen führt die konsequente Rissbildanalyse zur eindeutigen und widerspruchsfreien Darstellung der tatsächlich wirksamen Tragmechanismen. Bei frei drehbaren Endauflagern wird die Auflagerkraft über ein Druckgewölbe in das Tragwerk geleitet, das am Auflager gegenüber der Tragwerksachse um  $60^\circ$  geneigt ist und tangential in den Biegedruckgurt übergeht; die Kämpferverbindungsline weist somit gegenüber der Tragwerksachse einen Winkel von  $30^\circ$  auf. Rechtwinklig zu dieser Linie wirkt ein Zugspannungsfeld, das die Umlenkkräfte für die Krümmung des Druckbogens im Gleichgewicht hält.

Die Vertikalkomponenten dieses Zugspannungsfeldes, das sich über eine Breite (in geneigter Richtung gemessen) von  $2 \cdot z$  erstreckt, entsprechen in der Summe der Größe der Querkraft. Die vergleichsweise große Verteilbreite des Zugspannungsfeldes führt dazu, dass - ebenso wie in den Biegebereichen - auch in den Endauflagerbereichen die erforderliche Menge an Stegbewehrung gerade halb so groß ist wie nach dem *Mörsch'schen* Fachwerkmodell, wenn die Stegbewehrung rechtwinklig zur Tragwerksachse angeordnet wird.

Obwohl die Auflagerkraft an Innenstützen - und entsprechend auch bei Einzellasten, die nicht in Auflagernähe wirken - fächerförmig in den Querschnitt eingeleitet wird, weisen die für das Gleichgewicht dieser Druckspannungen erforderlichen Stegzugfelder gegenüber der Tragwerksachse einen konstanten Winkel von  $60^\circ$  auf. Dies ergibt sich eindeutig aus einer großen Menge einschlägiger Rissbilder, die in der Fachliteratur zur Verfügung stehen.

Für die Größe der Zugspannungen und damit auch für die erforderliche Menge an Stegbewehrung ergeben sich die gleichen Zusammenhänge wie an den frei drehbaren Endauflagern mit dem Ergebnis, dass auch hier die erforderliche Menge an Stegbewehrung gleichfalls halb so groß ist wie beim *Mörsch'schen* Fachwerkmodell, wenn die Stegbewehrung rechtwinklig zur Tragwerksachse angeordnet wird.

Nach all diesen Erkenntnissen ist es nicht sonderlich überraschend, dass auch die Rissbilder von Momentennullpunkten auf unter  $60^\circ$  zur Tragwerksachse geneigte Stegzugfelder hinweisen, die entsprechend wiederum zur halben erforderlichen Stegbewehrung rechtwinklig zur Tragwerksachse führen. Die aus Versuchsergebnissen bekannte Tatsache, dass die Biegezuggurte jeweils über den theoretischen Momentennullpunkt hinaus ragen, steht im Einklang mit den aus der Rissanalyse abgeleiteten Gleichgewichtsbetrachtungen.

Für alle hier betrachteten Grundfälle, nämlich Biegebereiche, Auflagerbereiche und Momentennullpunkte, gilt bei rechtwinklig zur Tragwerksachse angeordneter Stegbewehrung der einfache und wirtschaftliche Bemessungswert für die Stegbewehrung:

$$a_{sw,90^\circ} = 0,5 \cdot V_d / (f_{yd} \cdot z).$$

Die aus der konsequenten Rissbildanalyse der Biegebereiche abgeleitete Erkenntnis, dass die heute überwiegend rechtwinklig zur Tragwerksachse eingebaute Stegbewehrung gegenüber den vorhandenen Stegzugfeldern eine um  $45^\circ$  abweichende Richtung aufweisen, führt zu der interessanten Feststellung, dass Stegbewehrung, die parallel zur Tragwerksachse eingebaut wird, zur gleichen Tragfähigkeit führen muss. Eine randparallel angeordnete Stegbewehrung hätte jedoch die Vorteile, dass sie sehr viel leichter und schneller als die konventionellen Bügel eingebaut werden könnte und auch noch deutlich geringere Bewehrungsmengen erfordern würde.

Es ist daher unter volkswirtschaftlichen Aspekten in hohem Maße zu befürworten, baldmöglichst Versuche mit einer solchen innovativen Bewehrungsführung durchzuführen, um entsprechende Konstruktionsregeln absichern und in die anerkannten Regeln der Technik aufnehmen zu können.

Die in der vorliegenden Arbeit behandelten Grundfälle der Biegebereiche, der Auflagerbereiche und der Momentennullpunkte bestätigen, dass durch konsequente Rissbildanalyse auch das Tragverhalten von Stahlbetonkonstruktionen mit Stegbewehrung eindeutig und widerspruchsfrei nachvollzogen werden kann.

Wie schon in [21.1] an zahlreichen Beispielen für Tragwerke ohne Stegbewehrung gezeigt wurde, führt diese konsequente Rissbildanalyse auch in anderen, eher komplizierteren Fällen zu widerspruchsfreien, neuartigen Erkenntnissen über das Stegtragverhalten der Stahlbetonkonstruktionen. Diese Fälle sollen noch in einem gesonderten Teil der *Stahlbetonanalyse 21* untersucht werden.

Sowohl die Untersuchungen in [21.1] als auch die vorliegenden Beispiele untermauern die unabdingbare Notwendigkeit, Biegebereiche und die verschiedensten D-Bereiche zu unterscheiden. Nur unter dieser Voraussetzung sind wirklichkeitsnahe Ergebnisse zu erreichen.

## L I T E R A T U R

- [0.1] DIN 1045-1, Tragwerke aus Beton, Stahlbeton und Spannbeton;  
Teil 1: Bemessung und Konstruktion. Juli 2001.
- [0.2] DIN V ENV 1992-1, Eurocode 2, Planung von Stahlbeton- und Spannbeton-  
tragwerken; Teil 1-1: Grundlagen und Anwendungsregeln für den Hochbau.  
Juni 1992.
- [0.3] DIN EN 1992-1-1: 2005-10 Eurocode 2:  
Bemessung und Konstruktion von Stahlbeton- und Spannbetontragwerken - Teil 1-1:  
Allgemeine Bemessungsregeln und Regeln für den Hochbau; Deutsche Fassung  
EN 1992-1-1:2004
- [0.4] König, G. und Zink, M.: Zum Biegeschubversagen schlanker Stahlbeton-  
bauteile. Bautechnik 76 (1999), S. 959 - 969.
- [1.1] Hegger, J. und Görtz, S.: Querkraftmodell für Bauteile aus Normalbeton  
und Hochleistungsbeton.  
Beton- und Stahlbetonbau 101 (2006), Heft 9, S. 695 - 705.
- [1.2] Mörsch, E.: Theorie der Eisenbetonkonstruktionen.  
Süddeutsche Bauzeitung (1901), No. 47, S. 1 - 20.
- [1.3] Leonhardt, F. und Walther, R.: Versuche an Plattenbalken mit  
hoher Schubbeanspruchung.  
Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Heft 152, Berlin 1962.
- [1.4] Leonhardt, F. und Walther, R.: Schubversuche an einfeldrigen Stahlbeton-  
balken mit und ohne Schubbewehrung.  
Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Heft 151, Berlin 1962.
- [1.5] Schlaich, J. und Schäfer, K.: Konstruieren im Stahlbetonbau.  
Betonkalender 1984, Teil II, S. 787 - 1005.
- [1.6] Schlaich, J. und Schäfer, K.: Konstruieren im Stahlbetonbau.  
Betonkalender 2001, Teil II, S. 311 - 492.
- [2.1] DIN 1045: Bauwerke aus Stahlbeton - Ausgabe November 1959
- [2.2] Leonhardt, F. und Walther, R.: Schubversuche an Plattenbalken mit  
unterschiedlicher Schubbewehrung.  
Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Heft 156, Berlin 1963.
- [2.3] DIN 1045-1, Tragwerke aus Beton, Stahlbeton und Spannbeton;  
Teil 1: Bemessung und Konstruktion. Juli 2001.
- [2.4] Rüschi, H. und Mayer, H.: 5 Versuche zum Studium der Verformungen  
im Querkraftbereich eines Stahlbetonbalkens.  
Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Heft 195, Berlin 1967.

- [2.5] Leonhardt, F. und Mönning, E.: Vorlesungen über Massivbau, Teil 1: Grundlagen zur Bemessung im Stahlbetonbau. 3. Auflage, Springer-Verlag 1977.
- [2.6] Reineck, K.-H.: Hintergründe zur Querkraftbemessung in DIN 1045-1 für Bauteile mit Querkraftbewehrung. Bauingenieur Band 76, April 2001, S. 168 - 179.
- [2.7] Rojek, R. und Keller, T.: Bewehrung mit hochfestem Verbund. Forschungsbericht des Kompetenzzentrums Konstruktiver Ingenieurbau der Fachhochschule Augsburg, 2006.
- [2.8] Rojek, R. und Keller, T.: Durchstanzversuche mit Bewehrung mit hochfestem Verbund, innovative Traganalysen und Bemessungsansätze. Beton- und Stahlbetonbau, Heft 8/2007, S. 548 - 556.
- [2.9] Halfen Dübelleiste HDB-S Schubbewehrung. Produktinformation der Firma Halfen-Deha, Stand 10/06.
- [2.10] Polónyi, S.: Die neue Stahlbetonkonzeption. Bautechnik 73 (1996), S. 753 - 765.
- [2.11] Rüscher, H., Haugli, F. R. und Mayer, H.: Schubversuche an Stahlbeton-Rechteckbalken mit gleichmäßig verteilter Belastung. Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Heft 145, Berlin 1962.
- [3.1] Kupfer, H. und Baumann, Th.: Versuche zur Schubsicherung und Momentendeckung von profilierten Stahlbetonbalken. Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Heft 218, Berlin 1972.
- [4.1] Rojek, R., Romer, R. und Keller, T.: Neuartige Modelle für die Steggrenztragfähigkeit in Stahlbetontragwerken ohne Stegbewehrung. Bauingenieur Band 81, Januar 2006, S. 23 - 32.
- [4.2] Reineck, K.-H., Wohlfahrt, R. und Hardjasaputra, H.: Verformungsverhalten und Tragfähigkeit dünner Stege von Stahlbeton- und Spannbetonträgern mit hoher Betongüte. Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Heft 517, Berlin 2001.
- [5.1] Leonhardt, F., Walther, R. und Dilger, W.: Schubversuche an Durchlaufträgern. Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Heft 163, Berlin 1964.
- [7.1] Leonhardt, F., Koch, R. und Rostásy, F.: Schubversuche an Spannbetonträgern. Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Heft 227, Berlin 1973.

- 
- [8.1] DIN 1045: Beton- und Stahlbetonbau, Bemessung und Ausführung - Ausgabe Januar 1972
- [8.2] König, G., Dehn, F., Hegger, J. und Görtz, S.: Der Einfluss der Rissreibung auf die Querkrafttragfähigkeit. Beton- und Stahlbetonbau 95 (2000), Heft 10, S. 584 - 591.
- [8.3] Duthinh, D. und Carino, N. J.: Shear Design of High-Strength Concrete Beams: A Review of the State-of-the-Art. Building and Fire Research Laboratory at the National Institute of Standards and Technology, Gaithersburg, MD 20899. August 1996.
- [21.1] Rojek, R., Bürklin, A., Romer, R. und Keller, T.: Stahlbetonanalyse 21; Teil 1: Tragverhalten ohne Stegbewehrung; Forschungsbericht des Kompetenzzentrums Konstruktiver Ingenieurbau der Fachhochschule Augsburg, 2003. [www.kki-augsburg.de](http://www.kki-augsburg.de)



## BEZEICHNUNGEN

### Große lateinische Buchstaben

A	Fläche; Auflagerkraft
B	B-Bereich (Biegebereich)
C	Druckkraft
D	D-Bereich (Diskontinuitäts-, Störbereich)
E	Elastizitätsmodul
F	Kraft; Einzellast
M	Moment
N	Normalkraft
P	Auflast (aus Literatur)
R	Resultierende
T	Zugkraft
V	Querkraft

### Kleine lateinische Buchstaben

a	Abstand; Auflagerlänge; Lastlänge
b	Breite
c	Betondeckung
d	statische Nutzhöhe
f	Festigkeit
g	ständige Einwirkung (Gleichlast)
h	Höhe; Bauteildicke
k	Faktor (Korrekturfaktor); Beiwert
$\lambda$	Länge; Stützweite
q	Auflast allgemein; veränderliche Einwirkung (Gleichlast)

r	Radius
s	Abstand; Weg (Laufordinate)
t	Zugkraft pro Längeneinheit; Tiefe
u	Umlenkkräfte
w	Rissbreite
x	Höhe der Druckzone; Ordinate
z	Hebelarm der inneren Kräfte; Koordinate

### **Kleine griechische Buchstaben**

$\alpha$	Neigungswinkel der Stegzug- bzw. -druckstrebestrebe; Faktor, Beiwert
$\gamma$	Teilsicherheitsbeiwert
$\varphi$	Richtung der Hauptzugspannung gegenüber der x-Achse
$\mu$	Querdehnzahl des Betons
$\rho$	Bewehrungsgrad
$\sigma$	Normalspannung
$\tau$	Schubspannung

## Indices

0	Momentennullpunkt
B	Biegung
C	Druckstrebe
D	D-Bereich
E	Einwirkung; Einzellast
Ed	Bemessungswert einer Einwirkung
F	Kraft
R	Systemwiderstand; System mit Stegbewehrung
Rd	Bemessungswiderstand
T	Zugstrebe
a	äußerer
b	Bogen
c	Beton; Druck
d	Bemessungswert
e	Endauflagerbereich
f	Flansch (Gurt)
h	horizontal
i	innerer; innen angreifende Einzellast
ind	indirekt
k	charakteristisch
l	links
$\lambda$	längs gerichtet
m	Mittelwert
max	maximaler Wert
min	minimaler Wert
o	oben
r	Riss; rechts
res	resultierend

s	Betonstahl; Sprengwerk
sr	Rissabstand
sz	Spaltzug
t	Zug; Querrichtung
u	Grenzwert (Bruchwert); unten
v	vertikal
w	Steg
x	Abszisse
y	Fließ-, Streckgrenze

### Große lateinische Buchstaben mit Indices

$A_c$	Fläche des Betonquerschnitts
$A_{cw}$	(geneigte) Stegfläche für die Stegdruckkraft
$A_{Ed}$	Bemessungswert der einwirkenden Auflagerkraft
$A_s$	Querschnittsfläche des Betonstahls
$A_{so}$	Querschnittsfläche der oberen Bewehrung
$A_{su}$	Querschnittsfläche der unteren Bewehrung
$A_V$	Vertikalkomponente der Auflagerkraft
$B_R$	Biegebereich bei vorhandener Stegbewehrung
$C_B$	Biegedruckkraft
$C_{eb}$	Kämpferdruckkraft des Bogens am Endauflager
$C_w$	Druckkraft im Steg, Stegdruckstrebe
$D_e$	D-Bereich am frei drehbaren Endauflager
$D_{eR}$	D-Bereich am frei drehbaren Endauflager bei vorhandener Stegbewehrung
$D_i$	D-Bereich bei Innenauflagern
$D_{iR}$	D-Bereich bei Innenauflagern bei vorhandener Stegbewehrung
$D_0$	D-Bereich bei Momentennullpunkten
$D_{0R}$	D-Bereich bei Momentennullpunkten bei vorhandener Stegbewehrung

---

$P_u$	Bruchlast (aus Literatur)
$P_F$	Einzellast im Feld (aus Literatur)
$P_K$	Einzellast auf Kragarm (aus Literatur)
$T_B$	Biegezugkraft
$T_{eb}$	Zugkraft aus dem geneigt angreifenden Druckbogen am Endauflager
$T_{e,res}$	resultierende Stegzugkraft am Endauflager
$T_{R,l}$	resultierende Zugkraft in Bewehrungslängsrichtung
$T_{R,t}$	resultierende Zugkraft quer zur Bewehrungslängsrichtung
$T_s$	Stahlzugkraft
$T_w$	Zugkraft im Steg, Stegzugstrebe
$V_e$	resultierende einwirkende Vertikallast im $D_{eR}$ -Bereich
$V_{Ed}$	Bemessungswert der einwirkenden Querkraft
$V_l$	Querkraft links einer Lasteinleitungsstelle
$V_r$	Querkraft rechts einer Lasteinleitungsstelle
$V_{Rd,max,BR}$	Bemessungswert der durch die Druckstrebenfestigkeit begrenzten aufnehmbaren Querkraft in Biegebereichen mit Stegbewehrung
$V_{Rd,sy}$	Bemessungswert der durch die Tragfähigkeit der Querkraftbewehrung begrenzten aufnehmbaren Querkraft
$V_u$	Bruchquerkraft

## Kleine lateinische Buchstaben mit Indices

$a_L$	Auflagerbreite
$b_f$	Gurtplattenbreite
$b_{f,c}$	Breite des Druckflansches
$b_{f,t}$	Breite des Zugflansches
$b_w$	Stegbreite
$d_1$	Achsabstand der Zugbewehrung zum nächst gelegenen Rand
$d_{1,o}$	Achsabstand der oberen Bewehrung zum nächst gelegenen Rand
$d_{1,u}$	Achsabstand der unteren Bewehrung zum nächstgelegenen Rand
$d_o$	statische Nutzhöhe der oberen Bewehrung
$d_s$	Stabdurchmesser der Betonstahlbewehrung
$d_u$	statische Nutzhöhe der unteren Bewehrung
$f_{cd}$	Bemessungswert der Betondruckfestigkeit
$f_{ck}$	charakteristischer Wert der Betondruckfestigkeit
$f_{ct}$	Betonzugfestigkeit
$f_{ctm}$	Mittelwert der Betonzugfestigkeit
$f_{ctd}$	Bemessungswert der Betonzugfestigkeit
$f_{ct,eff}$	wirksame Betonzugfestigkeit
$f_{ct,w}$	Betonzugfestigkeit des Steges
$f_{ctd,w}$	Bemessungswert der Betonzugfestigkeit des Steges
$f_R$	Abminderungsfaktor für Einflüsse der Bewehrungsführung
$f_{tk}$	charakteristischer Wert der Zugfestigkeit des Betonstahls
$f_{yd}$	Bemessungswert der Streckgrenze des Betonstahls
$h_{f,c}$	Höhe des Druckflansches
$h_{f,t}$	Höhe des Zugflansches
$h_w$	Steghöhe
$s_r$	Rissabstand
$t_r$	Risstiefe
$x_r$	Höhe der über einem Riss verbleibenden Betonzone
$(g + q)_d$	Bemessungswert der einwirkenden Gleichlasten

## Griechische Buchstaben mit Indices

$\alpha_c$	Abminderungsbeiwert für die Betondruckfestigkeit infolge Querkzugbeanspruchung
$\alpha_R$	Abminderungsbeiwert für die Betondruckfestigkeit infolge Querkzugbeanspruchung und Bewehrungsführung
$\gamma_c$	Teilsicherheitsbeiwert für Beton
$\gamma_Q$	Teilsicherheitsbeiwert für Einwirkungen
$\gamma_s$	Teilsicherheitsbeiwert für Betonstahl und Spannstahl
$\sigma_{1,2}$	Hauptspannungen
$\sigma_{ct}$	Betonzugspannung
$\sigma_{cw}$	Betondruckspannung im Steg
$\sigma_s$	Spannung im Betonstahl
$\sigma_{sz}$	Spaltzugspannung im Beton
$\sigma_x$	Spannung in x-Richtung (i. d. R. Balkenlängsrichtung)

Weitere verwendete Bezeichnungen lassen sich durch Zusammensetzen der voranstehenden Bezeichnungen bestimmen.

## Definition der Stegrisszustände gemäß [21.1]

### Biegebereich:

- Zustand II.1: Im B-Bereich entstehen in Folge der Biegezugbeanspruchung Risse in der Zugzone, die näherungsweise rechtwinklig zum gezogenen Rand verlaufen (in Auflagernähe etwa  $70^\circ$  geneigt).
- Zustand II.2: Geneigte Zugstreben verursachen im Steg schräge Risse, die (ggf.) an den Wurzeln der Biegerisse ansetzen. Es bilden sich steiler geneigte Zugstreben aus, die an den neu entstandenen Risswurzeln vorbei führen. Somit entstehen geknickte oder auch ausgerundete Risse, die sich zusammensetzen aus den Biegerissen und dem jeweils ersten Abschnitt der Stegrisse. Bei kräftigen Zuggurten kann der Zustand II.2 auch ohne zugehörigen Biegeriss entstehen.
- Zustand II.3: Die steiler geneigten Zugstreben verursachen einen weiteren Rissabschnitt, der flacher geneigt ist als derjenige, der im Zustand II.2 entstanden ist. Damit entsteht ein dreiteiliger, geknickter oder ausgerundeter Rissverlauf, der sich zusammensetzt (ggf.) aus dem Biegeriss und einem ersten und zweiten Abschnitt des Stegrisses, der sich aber nur über das unmittelbar betroffene Rissfeld erstreckt.
- Ab dem Zustand II.3 lautet die Bezeichnung für den schrittweise entstandene Riss: **„kritischer Stegriss“**.
- Zustand II.4: Der mehrteilige, geknickt oder ausgerundet verlaufende, kritische Stegriss wird durch die Stegzugstrebe des benachbarten Rissfeldes verlängert und überbrückt nun - meist ausgehend aus einem Biegeriss - zwei Rissfelder, wobei alle Abschnitte des Stegrisses gegenüber dem gedrückten Rand geneigt sind.
- Zustand II.5: Der mehrteilige, geknickt oder ausgerundet verlaufende, kritische Stegriss wird durch die Stegzugstrebe der benachbarten Rissfelder verlängert und überbrückt nun - meist ausgehend aus einem Biegeriss - drei oder mehr Rissfelder, wobei alle Abschnitte des Stegrisses gegenüber dem gedrückten Rand zumindest leicht geneigt sind.
- Zustand II.6: Nachdem das Zusammenwirken des Steges mit dem Druckgurt im Bereich dieser Rissfelder unterbunden ist, bildet sich unter dem kritischen Riss ein Subsystem, das sich am Fußpunkt des kritischen Stegrisses auf dem Zuggurt abstützt. Die Auflagerkraft des Subsystems wird hinter dem kritischen Stegriss hoch gehängt, wodurch der Zuggurt zwischen dem kritischen Stegriss und dem Auflager schrittweise durch Risse vom Steg getrennt wird und mit zunehmend geringerer Wirkung als selbständiger Biegeträger wirkt. Das entstandene Subsystem wird wieder unwirksam.
- Zustand II.7: Im Bereich des Zuggurts können nun keine Querkräfte mehr aufgenommen werden und es bildet sich über dem kritischen Stegriss eine geneigte Druckstrebe zum Auflager aus, bis die Druckzone versagt. (Auf Grund des gekrümmt oder polygonal verlaufenden kritischen Stegrisses ist ein direkter Kraftfluss der geneigten Druckstrebe in der Regel nicht möglich, wodurch die verbleibenden Druckzone mehr oder weniger exzentrisch beansprucht wird. Dadurch können an der Oberseite der ursprünglichen Druckzone so große Biegezugspannungen entstehen, dass sich auch hier Risse bilden.)

### Lasteinleitungsbereich:

- Zustand II.1B: Situation, in der im Bereich von Einzellasten der Beginn der Rissbildung von den Biegezugspannungen verursacht wird; die Risse verlaufen näherungsweise rechtwinklig zum gezogenen Rand. (Zustand II.1B ist gleichwertig mit dem Zustand II.1.)
- Zustand II.1D: Situation, in der im Bereich von Einzellasten die Rissbildung von der Krafteinleitung verursacht wird; die zugehörigen Risse bzw. Rissabschnitte verlaufen näherungsweise strahlenförmig zur eingeleiteten Kraft.

### Innen angreifende Einzellasten:

- Zustand II.1B<sub>i</sub>: Im  $D_i$ -Bereich entstehen in Folge der Biegezugbeanspruchung - die hier zunächst immer größer ist als die Zugbeanspruchung aus der Krafteinleitung - Risse in der Zugzone, die etwa rechtwinklig zum gezogenen Rand verlaufen. Sie verringern den Querschnitt des Zuggewölbes, das im Zustand I einen Teil der Krafteinleitung sicherstellt.
- Zustand II.1D<sub>i</sub>: Zwischen Krafteinleitung und den Wurzeln der Biegerisse bilden sich in Folge der Krafteinleitung einer oder mehrere radiale Risse, die das Zuggewölbe der Krafteinleitung außer Kraft setzen. Die eingeleitete Kraft wird nun ausschließlich mit Druckstreben zu den Kreuzungspunkten der Biegerisse mit der Biegezugbewehrung geleitet. Für das Gleichgewicht dieser Druckstreben bilden sich geneigte Zugstreben aus, die über der jeweils benachbarten Risswurzel im Biegedruckgurt verankert sind.
- Zustand II.2<sub>i</sub>: Die geneigten Zugstreben verursachen im Steg schräge Risse, die an den Wurzeln der Biegerisse ansetzen. Es bilden sich steiler geneigte Zugstreben aus, die an den neu entstandenen Risswurzeln vorbei führen.
- Zustand II.3<sub>i</sub>: Die steiler geneigten Zugstreben verursachen einen weiteren Rissabschnitt, der flacher geneigt ist als derjenige, der im Zustand II.2<sub>i</sub> entstanden ist. Es entsteht ein polygonal oder auch ausgerundet verlaufender Riss, der das betroffene Rissfeld nunmehr vollständig überbrückt und dadurch außer Kraft setzt.
- Zustand II.4<sub>i</sub>: Der mehrteilige, geknickt oder ausgerundet verlaufende, kritische Stegriss wird durch die Stegzugstrebe des benachbarten Rissfeldes verlängert und überbrückt nun zwei Rissfelder, wobei alle Abschnitte des Stegrisses gegenüber dem gedrückten Rand geneigt sind.
- Zustand II.5<sub>i</sub>: Der mehrteilige, geknickt oder ausgerundet verlaufende, kritische Stegriss wird durch die Stegzugstrebe des benachbarten Rissfeldes verlängert und überbrückt nun drei oder mehrere Rissfelder, wobei alle Abschnitte des Stegrisses gegenüber dem gedrückten Rand mehr oder weniger geneigt sind.
- Zustand II.6<sub>i</sub>: Nachdem das Zusammenwirken des Steges mit dem Druckgurt im Bereich dieser Rissfelder unterbunden ist, bildet sich unter dem kritischen Riss ein Teilsystem, das sich am Fußpunkt des kritischen Stegrisses auf dem Zuggurt abstützt. Der Zuggurt reißt durch diese starke Zusatzbeanspruchung reiðverschlussartig außerhalb des kritischen Stegrisses vom Steg ab, das entstandene Teilsystem wird wieder unwirksam.

Zustand II.7<sub>i</sub>: Das Gesamtsystem bildet eine flach geneigte Druckstrebe von der eingeleiteten Einzellast über die gestörte Zone aus, bis schließlich der durch die Rissbildung stark eingeschnürte Druckgurt versagt und keine weiteren Tragreserven mehr aktiviert werden können.

### Einzellasten in der Nähe von Endauflagern:

Zustand II.1B<sub>e-i</sub>: Im  $D_{e-i}$ -Bereich entstehen in Folge der Biegezug- und Zugbandbeanspruchung Risse in der Zugzone, die etwa rechtwinklig zum gezogenen Rand verlaufen. Sie verringern den Querschnitt des Zuggewölbes, das im Zustand I einen Teil der Krafterleitung sicherstellt.

Zustand II.1D<sub>e-i</sub>: Zwischen Krafterleitung und den Wurzeln der Biegerisse bilden sich in Folge der Krafterleitung einer oder mehrere radiale Risse, die das Zuggewölbe der Krafterleitung außer Kraft setzen.

Zustand II.1<sub>e-i</sub>: Im  $D_{e-i}$ -Bereich entstehen in Folge der Biegezugbeanspruchung und der Zugbandbeanspruchung des überlagerten Sprengwerks Risse in der Zugzone, die etwa rechtwinklig zum gezogenen Rand verlaufen.

Zustand II.2<sub>e-i</sub>: Geneigte Zugstreben verursachen im Steg schräge Risse, die (ggf.) an den Wurzeln der Biegerisse ansetzen. Es bilden sich steiler geneigte Zugstreben aus, die an den neu entstandenen Risswurzeln vorbei führen.

Zustand II.3<sub>e-i</sub>: Die steiler geneigten Zugstreben verursachen einen weiteren Rissabschnitt, der flacher geneigt ist als derjenige, der im Zustand II.2<sub>i</sub> entstanden ist. Es entsteht ein polygonal oder auch ausgerundet verlaufender Riss, der das betroffene Rissfeld vollständig überbrückt und dadurch außer Kraft setzt.

Zustand II.4<sub>e-i</sub>: Der mehrteilige, geknickt oder ausgerundet verlaufende, kritische Stegriss wird durch die Stegzugstrebe des benachbarten Rissfeldes verlängert und überbrückt nun zwei Rissfelder, wobei alle Abschnitte des Stegrisses gegenüber dem gedrückten Rand geneigt sind.

Zustand II.5<sub>e-i</sub>: Der mehrteilige, geknickt oder ausgerundet verlaufende, kritische Stegriss wird länger und überbrückt nun drei oder mehrere Rissfelder. In den folgenden Zuständen kann er sich sogar über den Einleitungspunkt der Einzellast hinweg fortsetzen und verläuft dann parallel zum gedrückten Rand.

Zustand II.6<sub>e-i</sub>: Nachdem das Zusammenwirken des Steges mit dem Druckgurt im Bereich dieser Rissfelder unterbunden ist, bildet sich unter dem kritischen Riss ein Subsystem, das sich am Fußpunkt des kritischen Stegrisses auf dem Zuggurt abstützt. Der Zuggurt reißt durch diese starke Zusatzbeanspruchung reißverschlussartig außerhalb des kritischen Stegrisses vom Steg ab, das entstandene Subsystem wird wieder unwirksam.

Zustand II.7<sub>e-i</sub>: Es verbleibt als Resttragfähigkeit für die gesamte Belastung nur noch das Sprengwerk, das ja im vorliegenden Fall von Anfang an - zunächst geringfügig - an der Lastabtragung beteiligt war. Das Versagen tritt entweder auf Grund der exzentrischen Belastung des geneigten Druckgurts oder auf Grund einer Überbeanspruchung der stark eingeschnürten Druckzone ein.

## Zwischenzustände im Subsystem

- Zustand II.3<sub>e-iS</sub>: Zustand II.3<sub>e-i</sub> im Subsystem des Zustands II.6<sub>e-i</sub>
- Zustand II.4<sub>e-iS</sub>: Zustand II.4<sub>e-i</sub> im Subsystem des Zustands II.6<sub>e-i</sub>
- Zustand II.5<sub>e-iS</sub>: Zustand II.5<sub>e-i</sub> im Subsystem des Zustands II.6<sub>e-i</sub>
- Zustand II.6<sub>e-iS</sub>: Zustand II.6<sub>e-i</sub> im Subsystem des Zustands II.6<sub>e-i</sub>
- Zustand II.7<sub>e-iS</sub>: Zustand II.7<sub>e-i</sub> im Subsystem des Zustands II.6<sub>e-i</sub>

## Einzellasten in der Nähe von Momentennullpunkten

- Zustand II.1B<sub>i-0</sub>: In diesem Zustand des  $D_{i-0}$ -Bereichs entstehen zwischen Lasteinleitungsstelle und Momentennullpunkt Biegerisse, die nur im unmittelbaren Bereich der Einzellasten größere Risstiefen erreichen, während sie in der Nähe des Momentennullpunktes - wenn überhaupt - nur im Bereich der Biegezugbewehrung in Erscheinung treten.
- Zustand II.1D<sub>i-0</sub>: Ein Teil der Krafteinleitung wird zunächst im Bereich des Öffnungswinkels von etwa  $-45^\circ$  bis  $+45^\circ$  durch ein Zuggewölbe gesichert. Wenn die Spannungen dieser Gewölbe die Betonzugfestigkeit erreichen, entstehen aus den bisherigen Risswurzeln radiale Risse, wobei in der Regel einer dieser Risse die Neigung von  $45^\circ$  aufweist.
- Zustand II.1<sub>i-0</sub>: Zusammenfassung der Zustände II.1B<sub>i-0</sub> und II.1D<sub>i-0</sub>
- Zustand II.2<sub>i-0</sub>: Durch die Rissbildung im Zustand II.1<sub>i-0</sub> wird der Querschnitt des Zuggewölbes reduziert und damit die zugehörigen Zugspannungen vergrößert. Die Risse entwickeln sich in radialer Richtung weiter.
- Zustand II.3<sub>i-0</sub>: Durch die Rissbildung im Zustand II.2<sub>i-0</sub> wird der Querschnitt des Zuggewölbes weiter reduziert und damit die zugehörigen Zugspannungen vergrößert. Die Risse entwickeln sich in radialer Richtung weiter.
- Zustand II.4<sub>i-0</sub>: Durch die Rissbildung im Zustand II.3<sub>i-0</sub> wird der Querschnitt des Zuggewölbes weiter reduziert und damit die zugehörigen Zugspannungen vergrößert. Die Risse entwickeln sich in radialer Richtung weiter.
- Zustand II.5<sub>i-0</sub>: Durch die Rissbildung im Zustand II.4<sub>i-0</sub> wird der Querschnitt des Zuggewölbes weiter reduziert und damit die zugehörigen Zugspannungen vergrößert. Die Risse entwickeln sich in radialer Richtung weiter. Das Zuggewölbe versagt endgültig, indem in der Regel der Riss mit der Neigung von  $45^\circ$  bis nahe an die eingeleitete Kraft reicht.
- Zustand II.6<sub>i-0</sub>: Die Last kann auf der Seite zum Momentennullpunkt nur noch über Druckstreben eingeleitet werden. Die aus diesen Druckstreben resultierenden Zugstreben führen zu Rissen, in der Regel knapp über dem Zuggurt. Dadurch werden diese Zugstreben und somit auch die zugehörigen Druckstreben wieder unwirksam.

- Zustand II.6a<sub>i-0</sub>: Erste Stufe des Zustandes II.6<sub>i-0</sub>, wobei hier der kritische Stegriss und somit auch die Druckstrebe etwa unter 45 ° geneigt sind.
- Zustand II.6b<sub>i-0</sub>: Mögliche zweite Stufe des Zustandes II.6<sub>i-0</sub>, wobei hier der kritische Stegriss und somit auch die Druckstrebe etwa unter 60 ° gegenüber der Richtung der Einzellast geneigt sind. Entwickelt sich zum Teil schrittweise aus Zustand II.6a<sub>i-0</sub>.
- Zustand II.7<sub>i-0</sub>: Es bildet sich ein Strebenfachwerk aus mit einer zwischen der eingeleiteten Einzellast und dem Mittelaufleger direkt verlaufenden Druckstrebe. Für das Gleichgewicht ist es erforderlich, dass sich sowohl am oberen als auch am unteren Rand jeweils von der Einzellast bis zur Mittelunterstützung ein durchgehendes Zugband ausbilden kann.

## ANLAGEN

In den folgenden Abschnitten werden Beispiele von Rissbildern aus der Literatur wieder gegeben, die die in der vorliegenden Stahlbetonanalyse abgeleiteten Zusammenhänge bestätigen.

### A.1 BEISPIELE FÜR RISSVERLÄUFE IN BIEGEBEREICHEN

Die nachfolgend dargestellten Bilder wurden aus den Heften 151 [A.1.4], 152 [A.1.3] und 218 [3.1] des Deutschen Ausschusses für Stahlbeton entnommen. In den nachfolgend dargestellten Bildern der Balkenversuche von Leonhardt, Walther, Kupfer bzw. Baumann wurden mit blauer Farbe die Richtungsneigungen der unter  $45^\circ$  verlaufenden Rissneigungen der reinen Biegebereiche eingetragen.

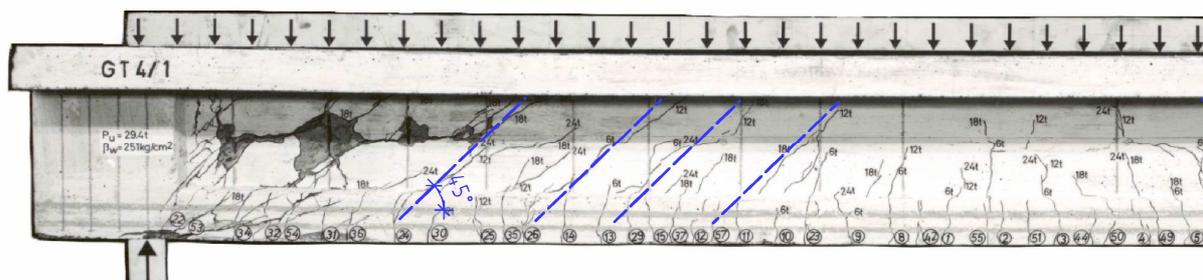


Bild A.1.1: Rissbild der linken Seite des Balkens GT 4/1 aus [A.1.4]

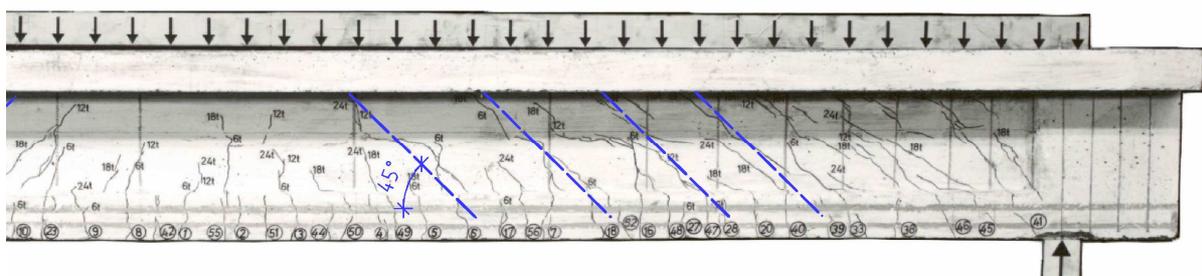


Bild A.1.2: Rissbild der rechten Seite des Balkens GT 4/1 aus [A.1.4]

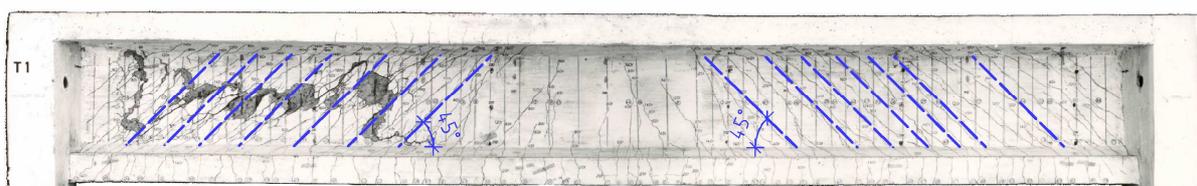


Bild A.1.3: Rissbild des Balkens T 1 aus [A.1.4]

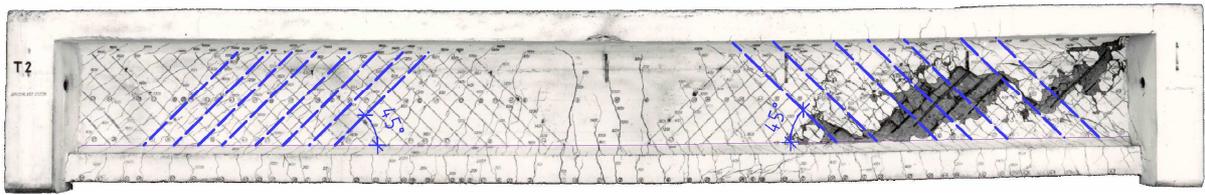


Bild A.1.4: Rissbild des Balkens T 2 aus [A.1.4]

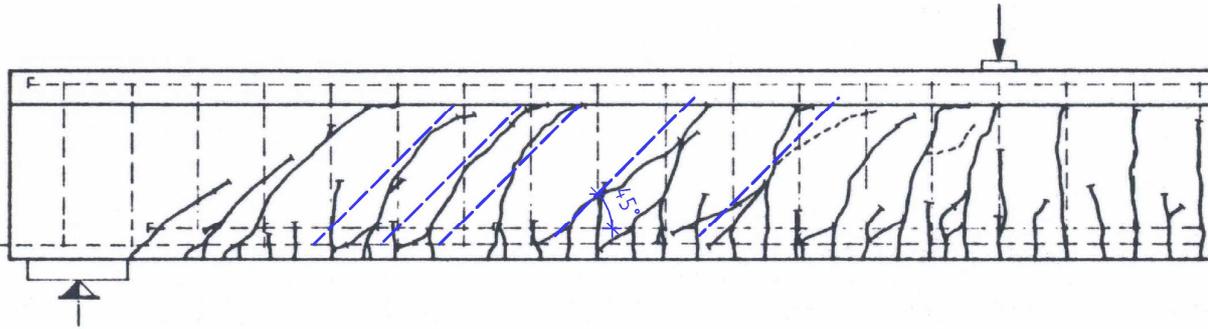


Bild A.1.5: Rissbild des Balkens 66-1 aus [A.1.4]

## A.2 BEISPIELE FÜR RISSVERLÄUFE IN $D_{eR}$ -BEREICHEN

Nachfolgend sind auszugsweise Bilder aus den Balkenversuchen von Leonhardt und Walther (Hefte 151 [1.4], 152 [1.3] und 163 [5.1] des Deutschen Ausschusses für Stahlbeton) dargestellt. Auch die Balkenversuche von Kupfer und Baumann (Heft 218 [3.1]) weisen eindeutige Rissverläufe in den  $D_{eR}$ -Bereichen auf. In den dargestellten Bildern sind die Druckbögen und die wesentlichen Rissverläufe farblich hervorgehoben.

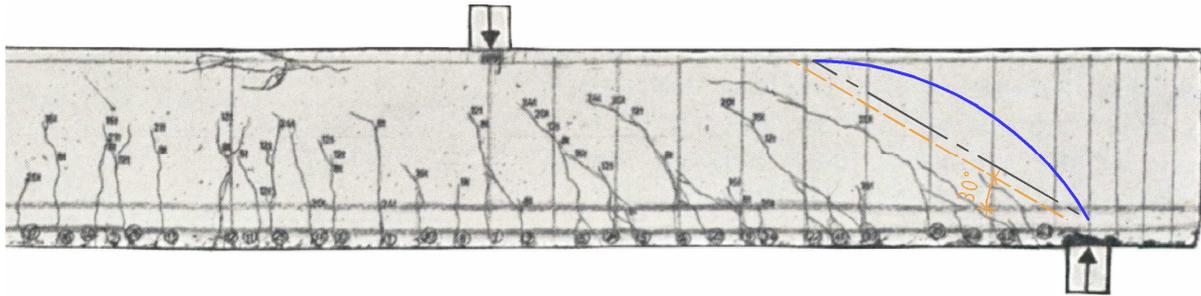


Bild A.2.1: Rissbild der rechten Seite des Balkens ET 1 aus [1.4]

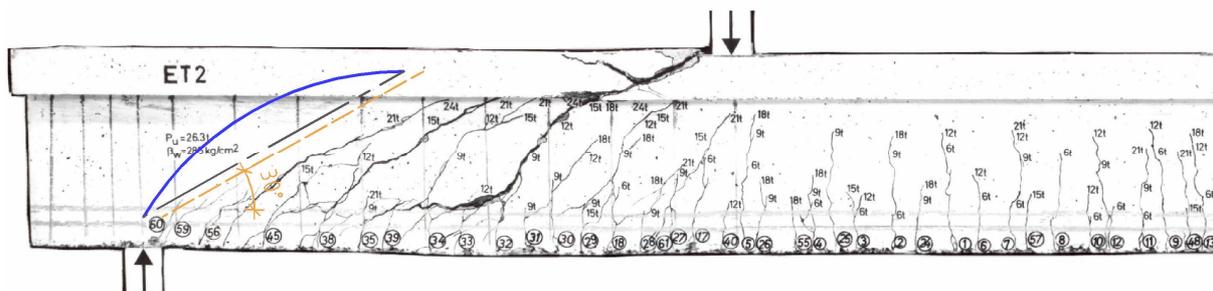


Bild A.2.2: Rissbild der linken Seite des Balkens ET 2 aus [1.4]

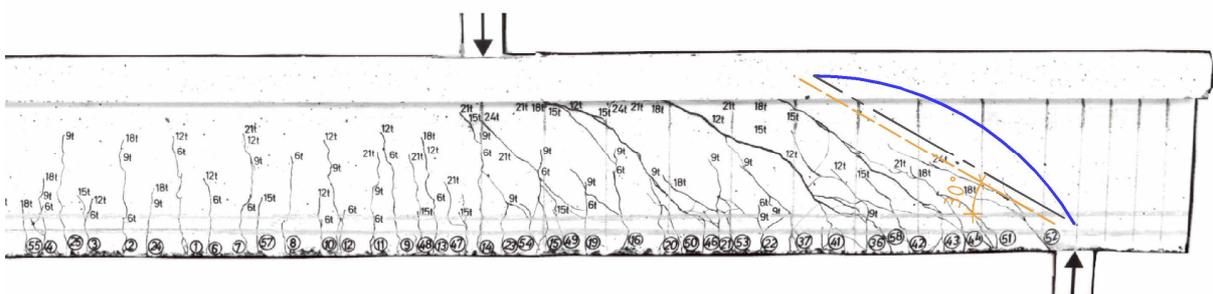


Bild A.2.3: Rissbild der rechten Seite des Balkens ET 2 aus [1.4]

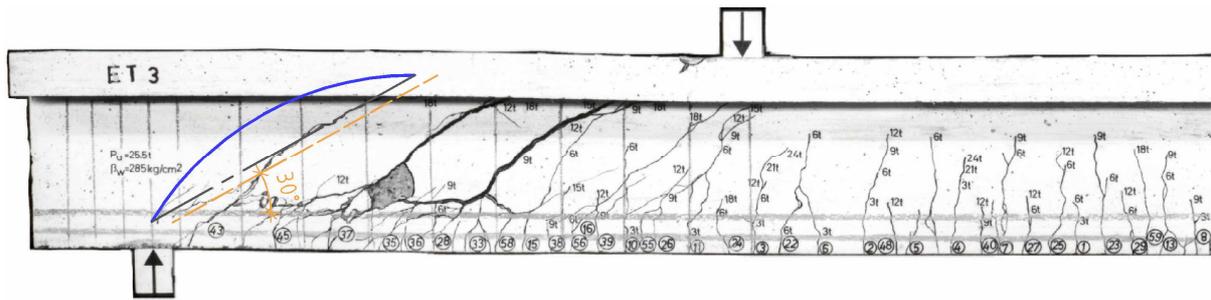


Bild A.2.4: Rissbild der linken Seite des Balkens ET 3 aus [1.4]

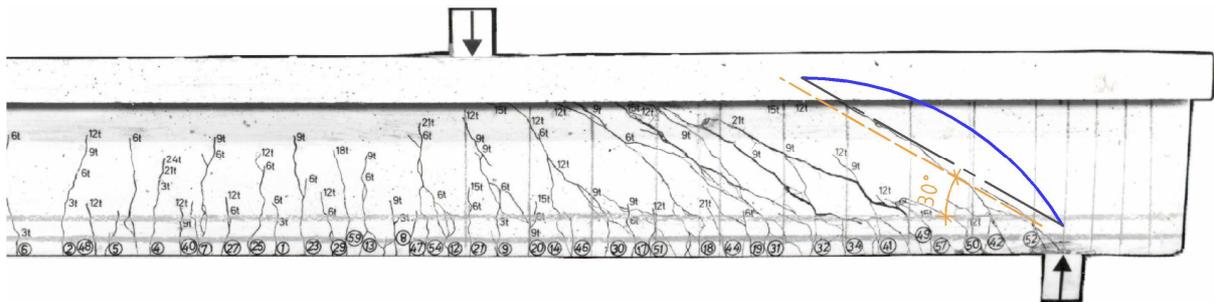


Bild A.2.5: Rissbild der rechten Seite des Balkens ET 3 aus [1.4]

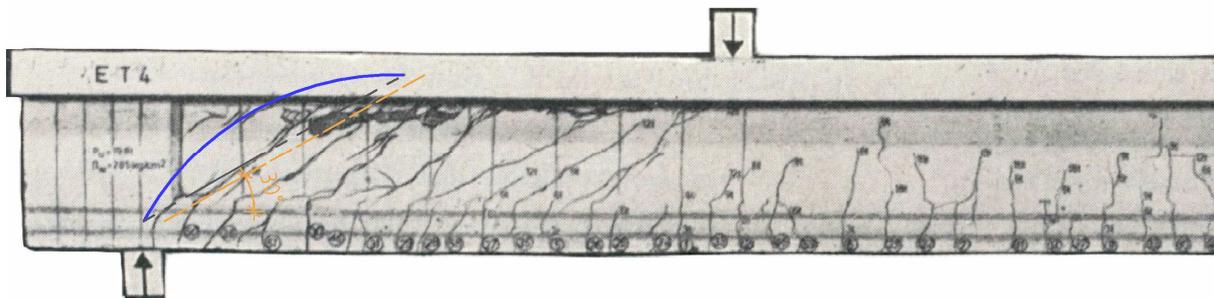


Bild A.2.6: Rissbild der linken Seite des Balkens ET 4 aus [1.4]

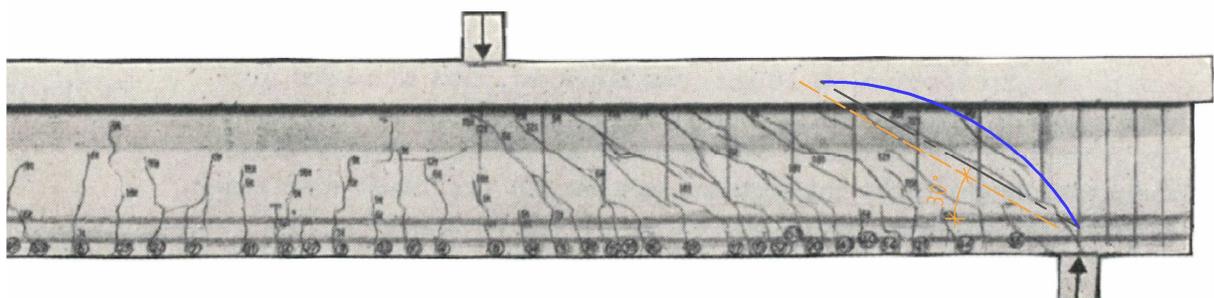


Bild A.2.7: Rissbild der rechten Seite des Balkens ET 4 aus [1.4]

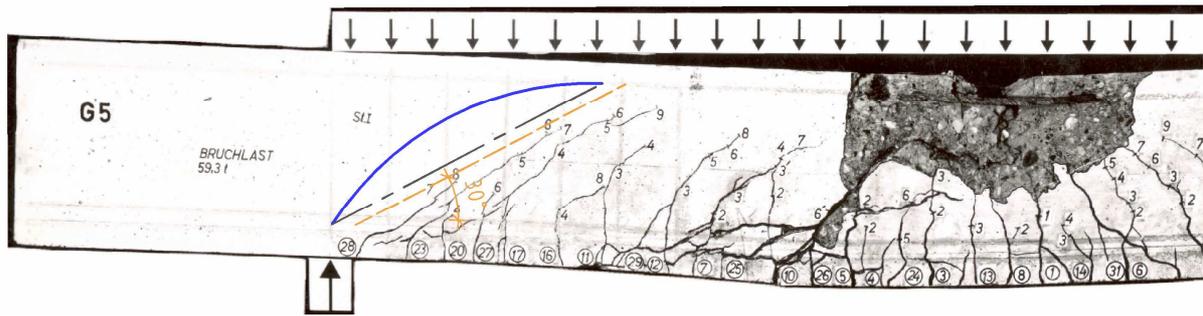


Bild A.2.8: Rissbild der linken Seite des Balkens G 5 aus [1.4]

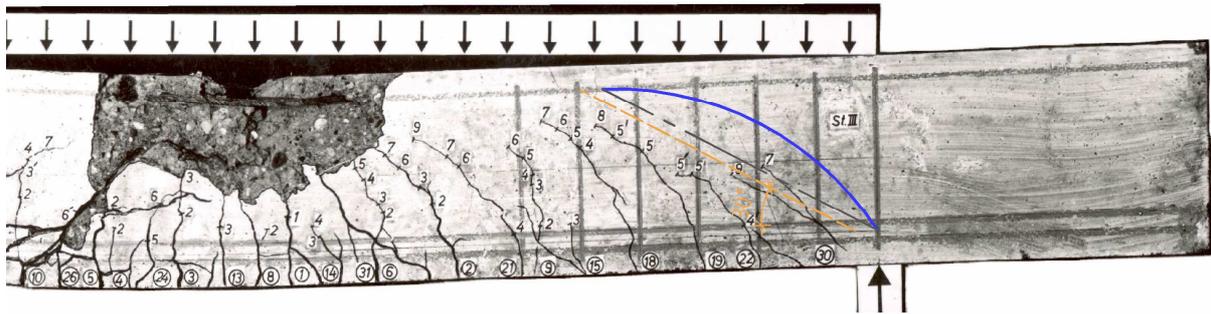


Bild A.2.9: Rissbild der rechten Seite des Balkens G 5 aus [1.4]

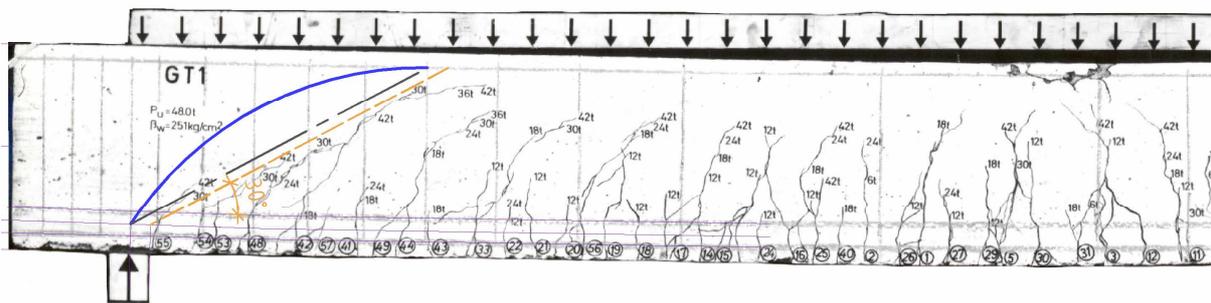


Bild A.2.10: Rissbild der linken Seite des Balkens GT 1 aus [1.4]

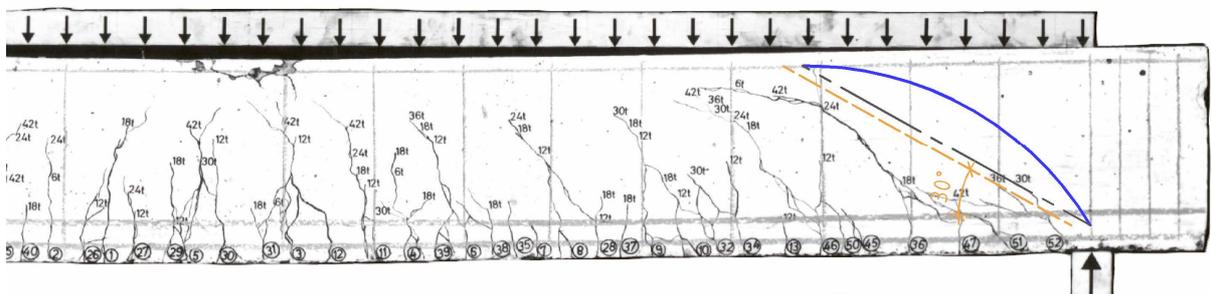


Bild A.2.11: Rissbild der rechten Seite des Balkens GT 1 aus [1.4]

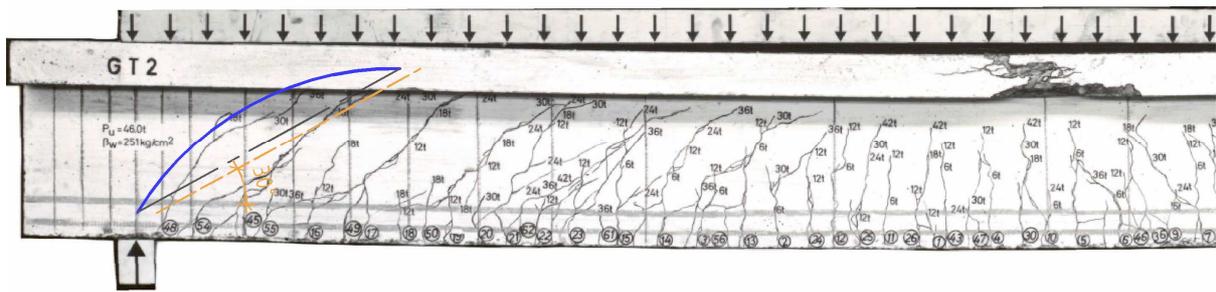


Bild A.2.12: Rissbild der linken Seite des Balkens GT 2 aus [1.4]

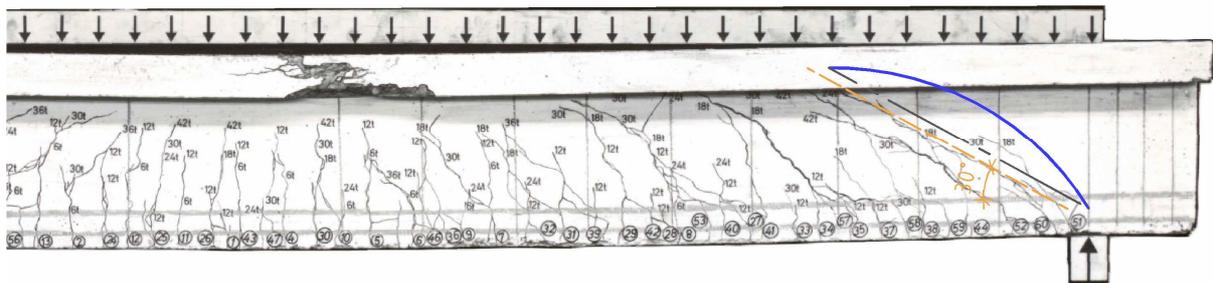


Bild A.2.13: Rissbild der rechten Seite des Balkens GT 2 aus [1.4]

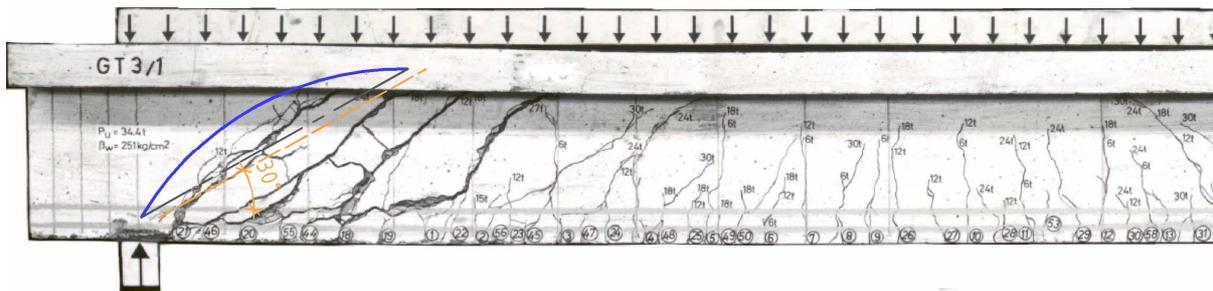


Bild A.2.14: Rissbild der linken Seite des Balkens GT 3/1 aus [1.4]

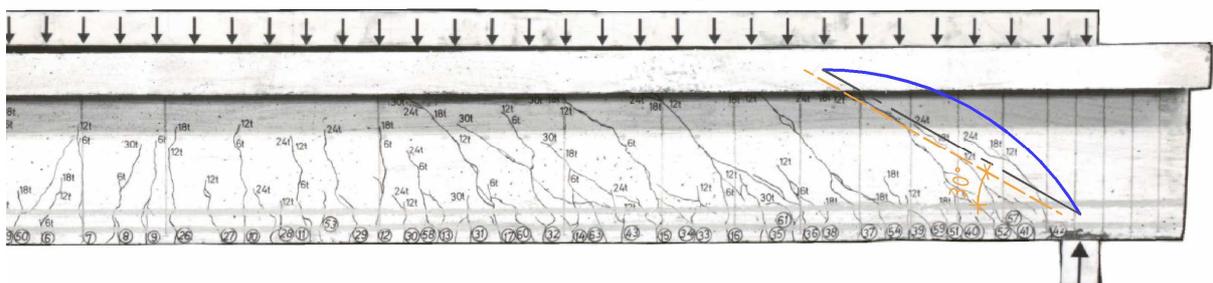


Bild A.2.15: Rissbild der rechten Seite des Balkens GT 3/1 aus [1.4]

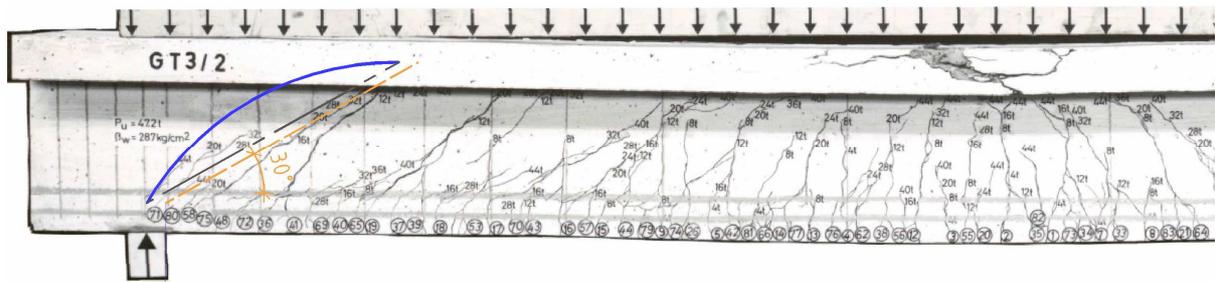


Bild A.2.16: Rissbild der linken Seite des Balkens GT 3/2 aus [1.4]

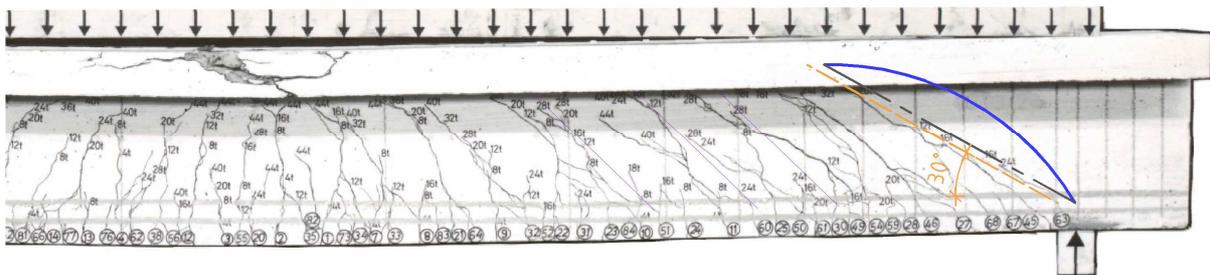


Bild A.2.17: Rissbild der rechten Seite des Balkens GT 3/2 aus [1.4]

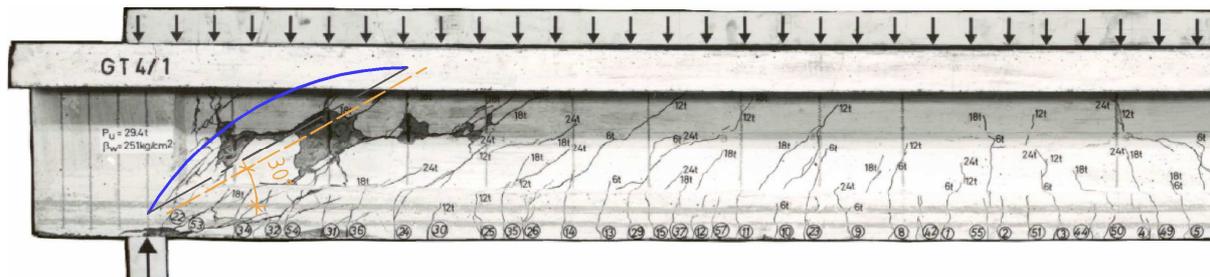


Bild A.2.18: Rissbild der linken Seite des Balkens GT 4/1 aus [1.4]

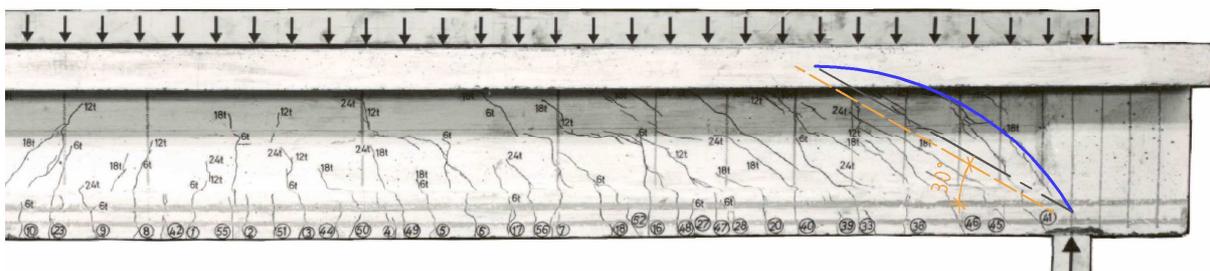


Bild A.2.19: Rissbild der rechten Seite des Balkens GT 4/1 aus [1.4]

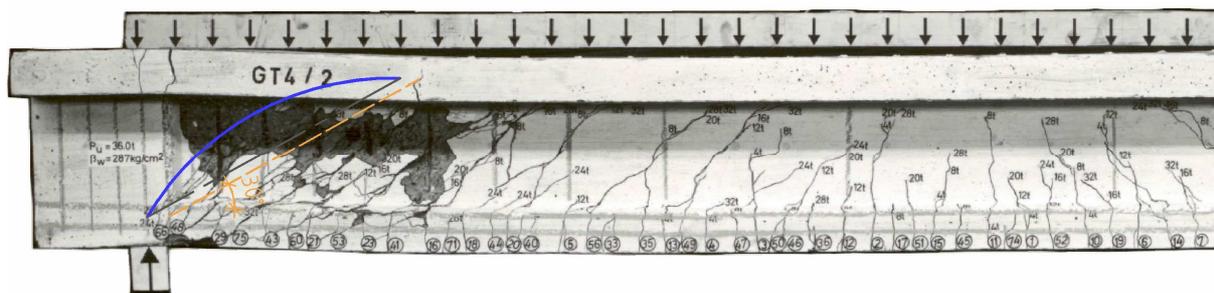


Bild A.2.20: Rissbild der linken Seite des Balkens GT 4/2 aus [1.4]

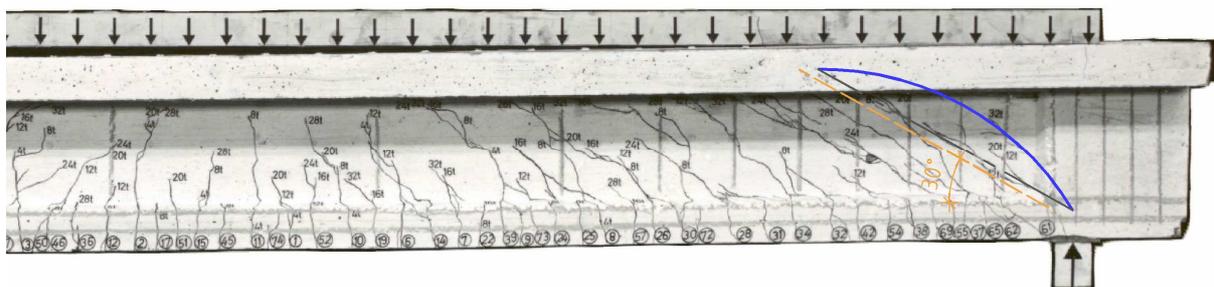


Bild A.2.21: Rissbild der rechten Seite des Balkens GT 4/2 aus [1.4]

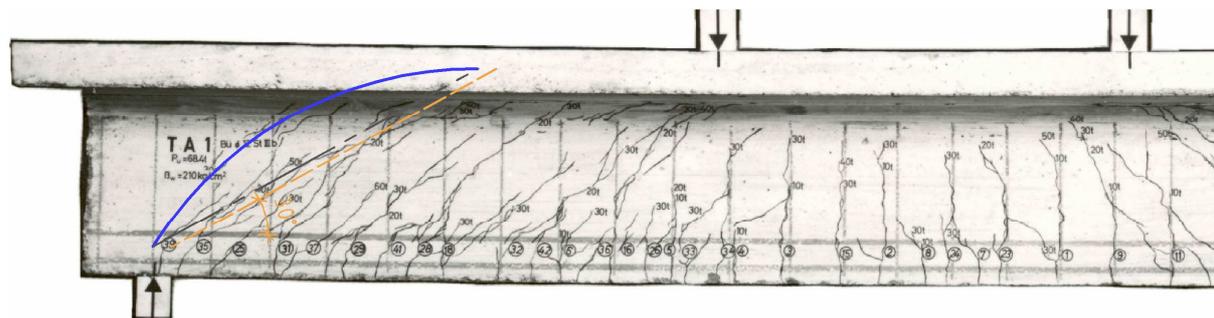


Bild A.2.22: Rissbild der linken Seite des Balkens TA 1 aus [A.2.2]

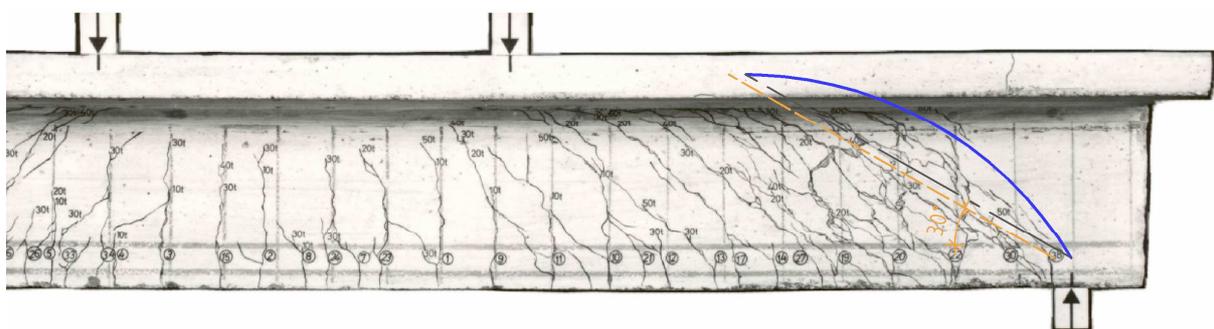


Bild A.2.23: Rissbild der rechten Seite des Balkens TA 1 aus [A.2.2]

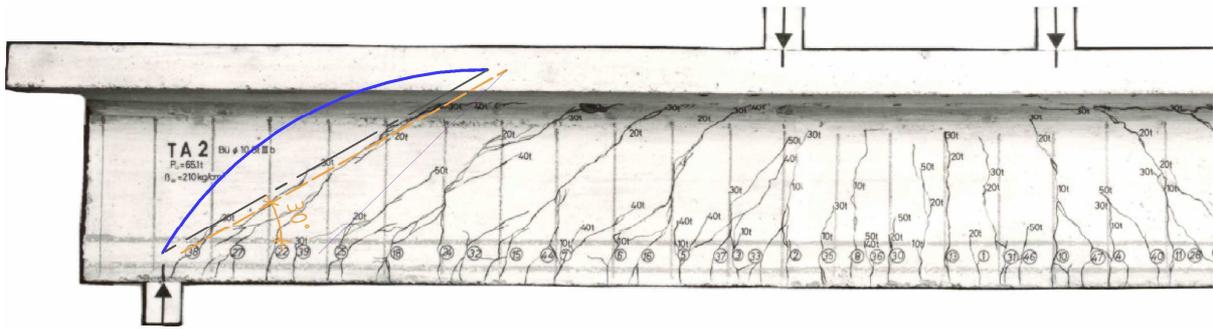


Bild A.2.24: Rissbild der linken Seite des Balkens TA 2 aus [A.2.2]

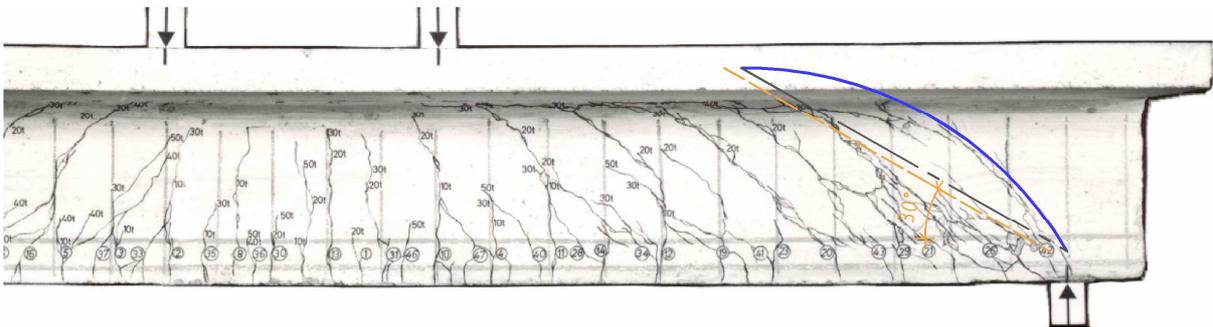


Bild A.2.25: Rissbild der rechten Seite des Balkens TA 2 aus [A.2.2]

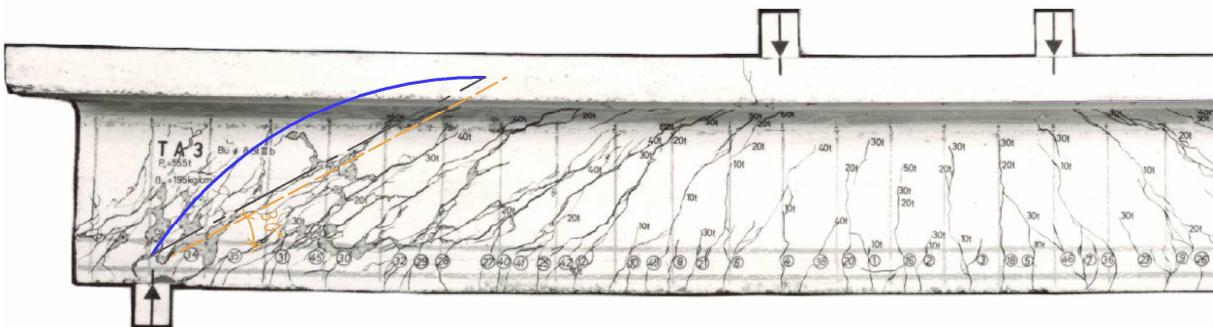


Bild A.2.26: Rissbild der linken Seite des Balkens TA 3 aus [A.2.2]

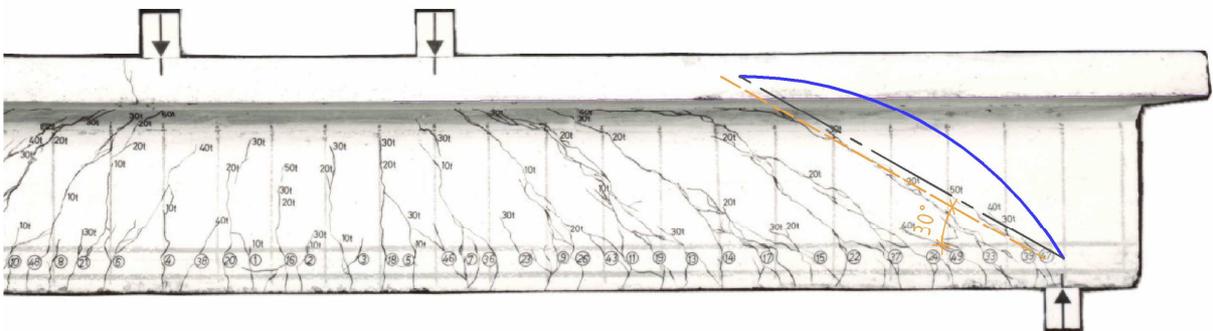


Bild A.2.27: Rissbild der rechten Seite des Balkens TA 2 aus [A.2.2]

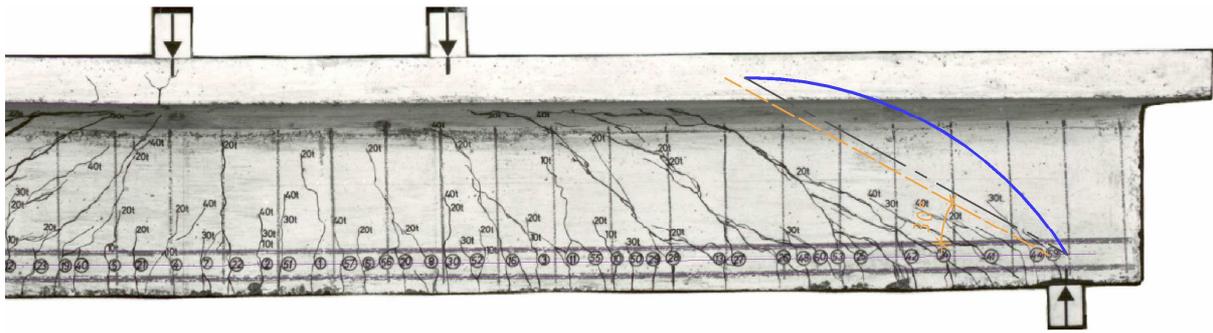


Bild A.2.28: Rissbild der rechten Seite des Balkens TA 4 aus [A.2.2]

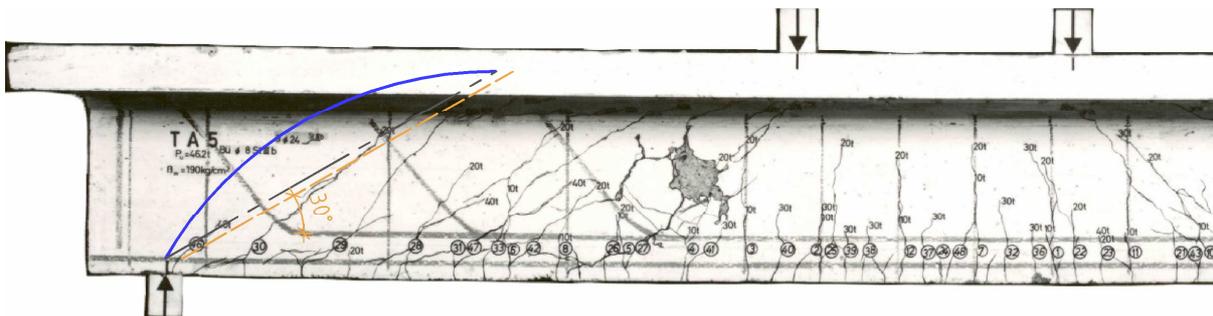


Bild A.2.29: Rissbild der linken Seite des Balkens TA 5 aus [A.2.2]

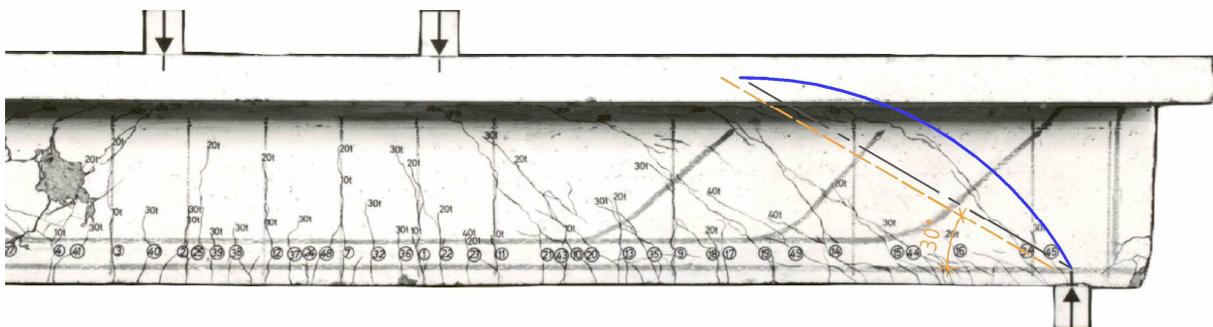


Bild A.2.30: Rissbild der rechten Seite des Balkens TA 5 aus [A.2.2]

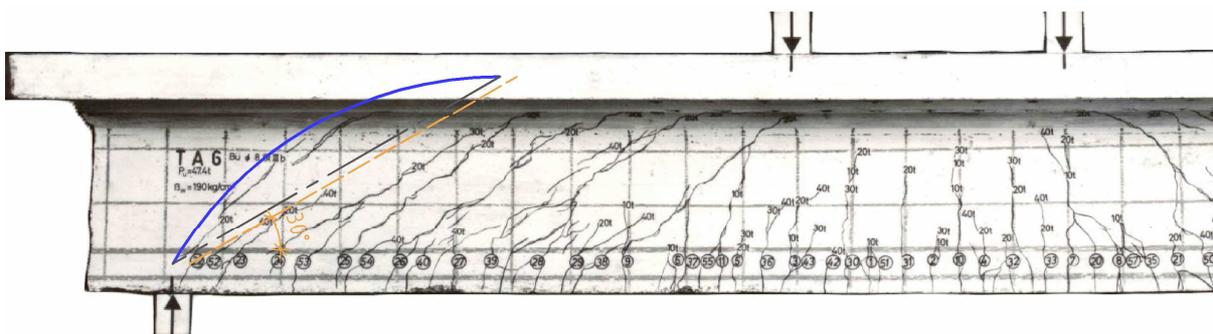


Bild A.2.31: Rissbild der linken Seite des Balkens TA 6 aus [A.2.2]

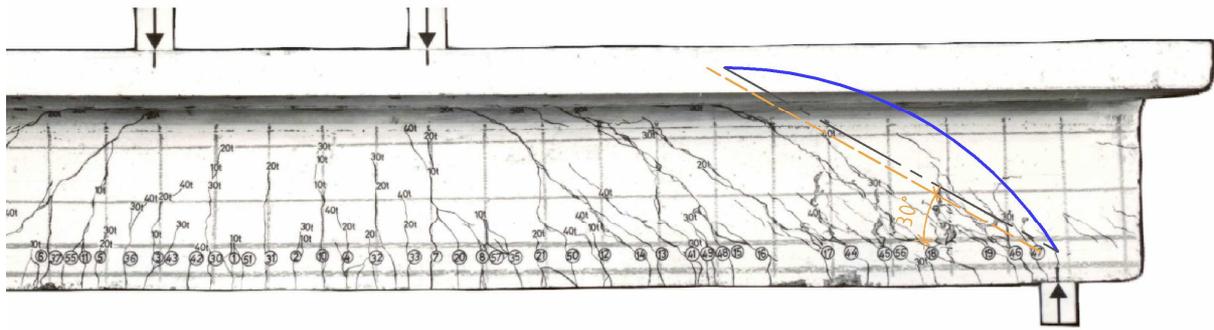


Bild A.2.32: Rissbild der rechten Seite des Balkens TA 6 aus [A.2.2]

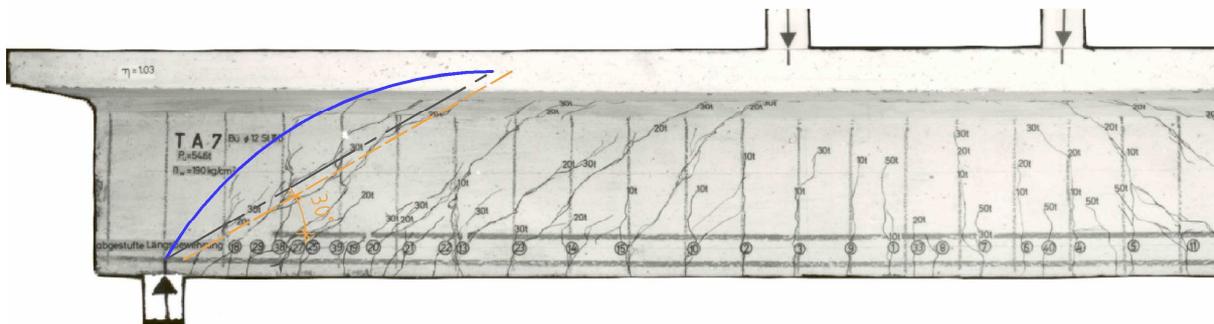


Bild A.2.33: Rissbild der linken Seite des Balkens TA 7 aus [A.2.2]

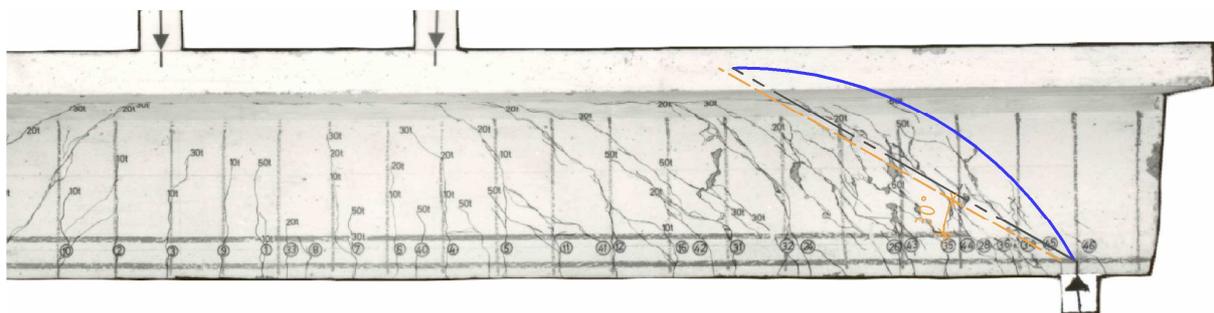


Bild A.2.34: Rissbild der rechten Seite des Balkens TA 7 aus [A.2.2]

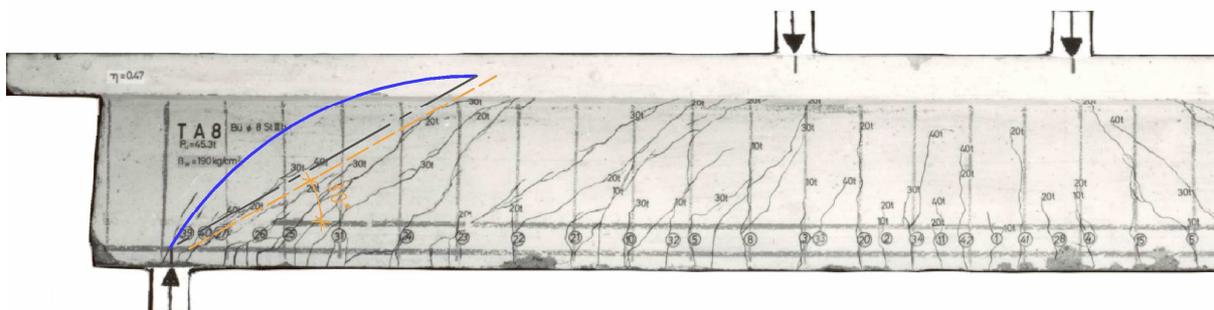


Bild A.2.35: Rissbild der linken Seite des Balkens TA 8 aus [A.2.2]

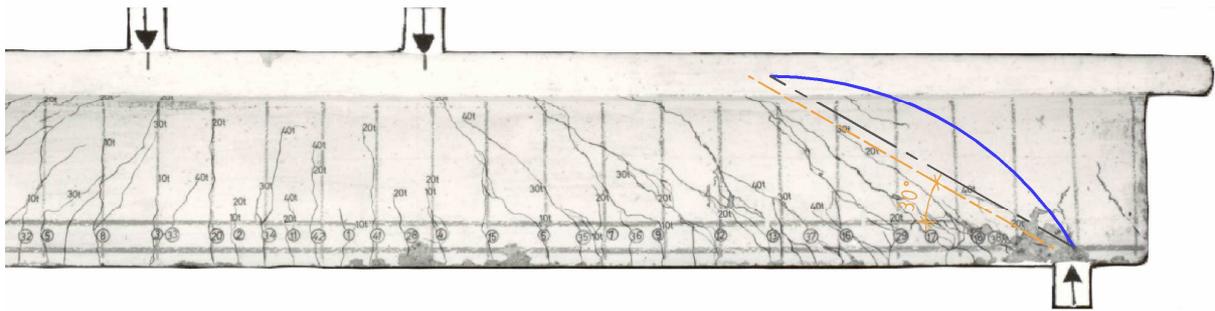


Bild A.2.36: Rissbild der rechten Seite des Balkens TA 8 aus [A.2.2]

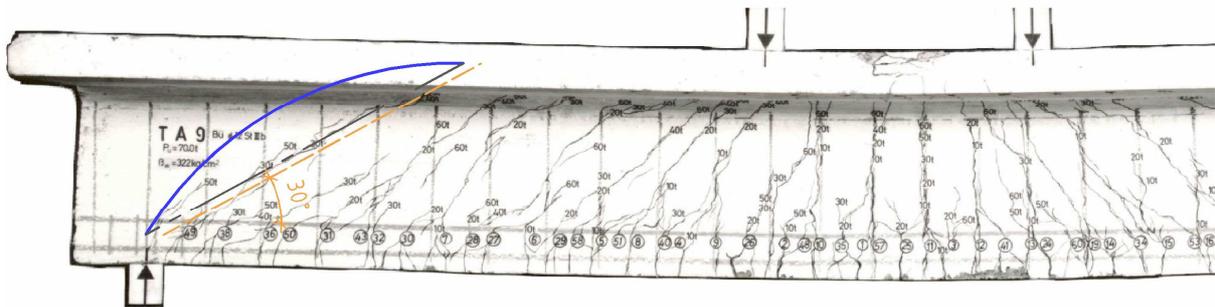


Bild A.2.37: Rissbild der linken Seite des Balkens TA 9 aus [A.2.2]

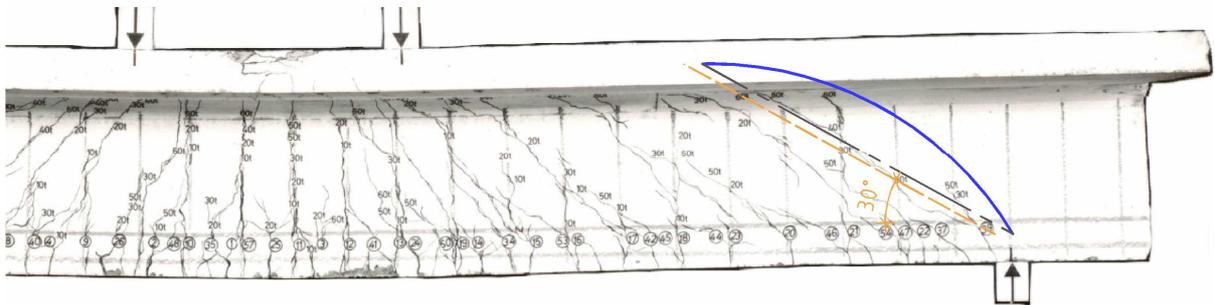


Bild A.2.38: Rissbild der rechten Seite des Balkens TA 9 aus [A.2.2]

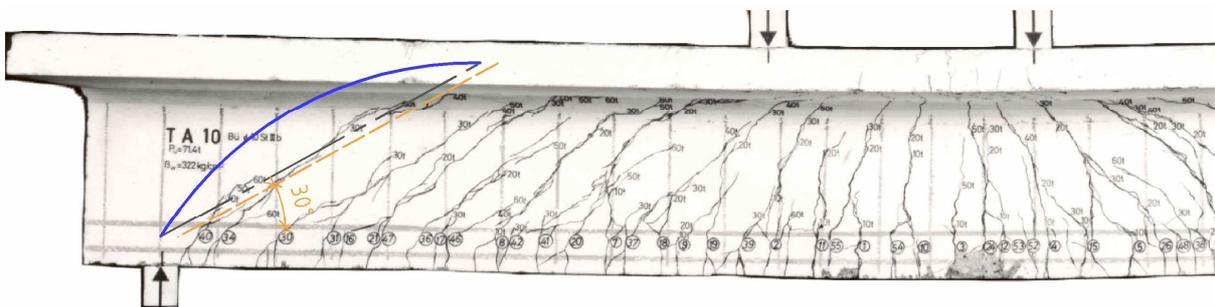


Bild A.2.39: Rissbild der linken Seite des Balkens TA 10 aus [A.2.2]

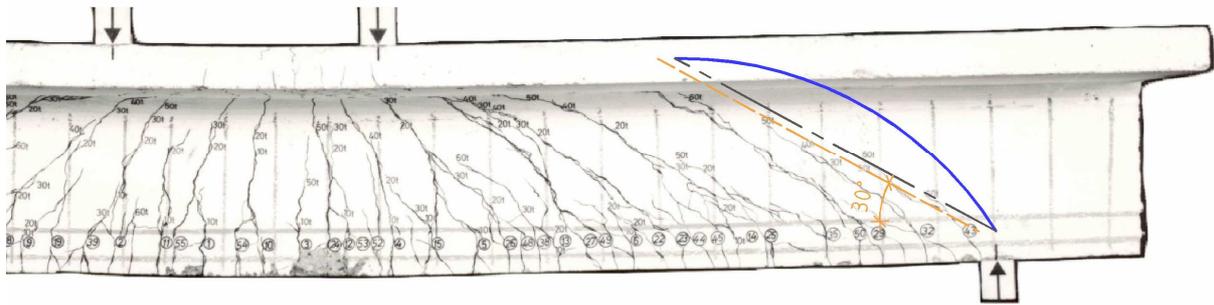


Bild A.2.40: Rissbild der rechten Seite des Balkens TA 10 aus [A.2.2]

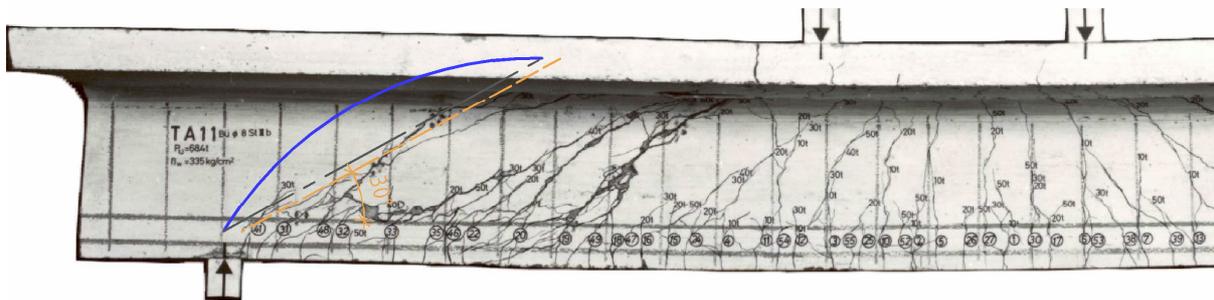


Bild A.2.41: Rissbild der linken Seite des Balkens TA 11 aus [A.2.2]

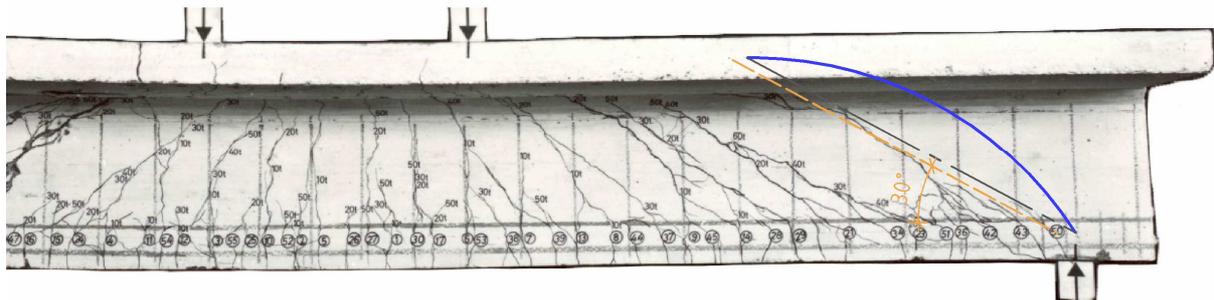


Bild A.2.42: Rissbild der rechten Seite des Balkens TA 11 aus [A.2.2]

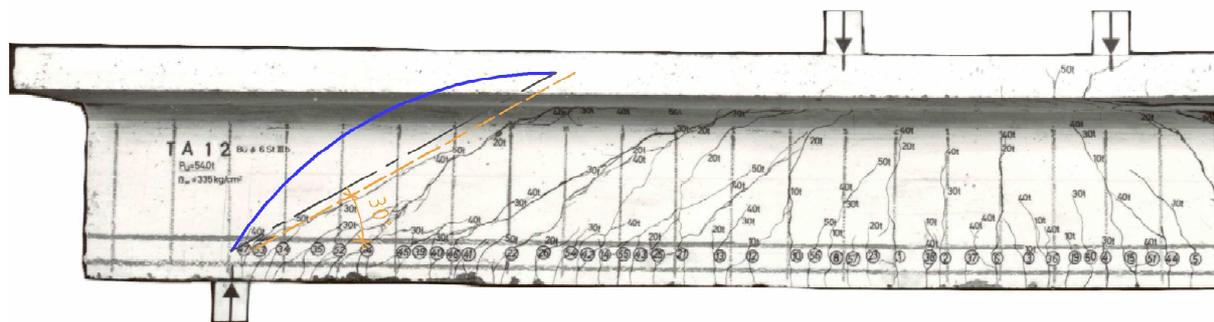


Bild A.2.43: Rissbild der linken Seite des Balkens TA 12 aus [A.2.2]

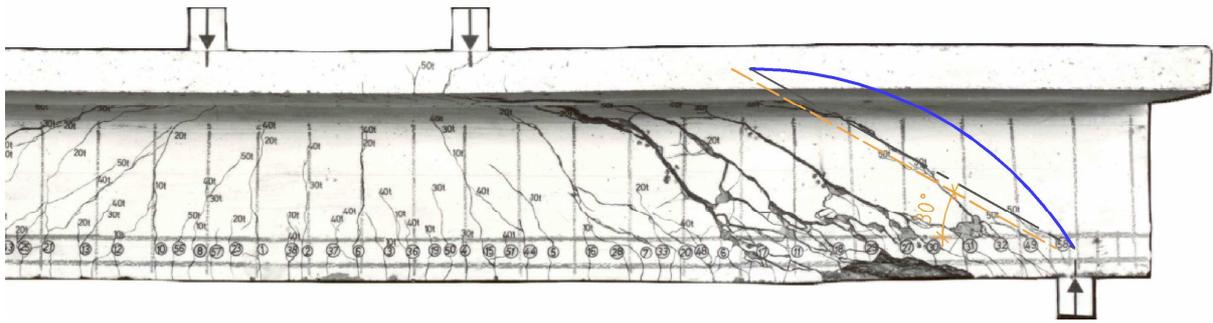


Bild A.2.44: Rissbild der rechten Seite des Balkens TA 12 aus [A.2.2]

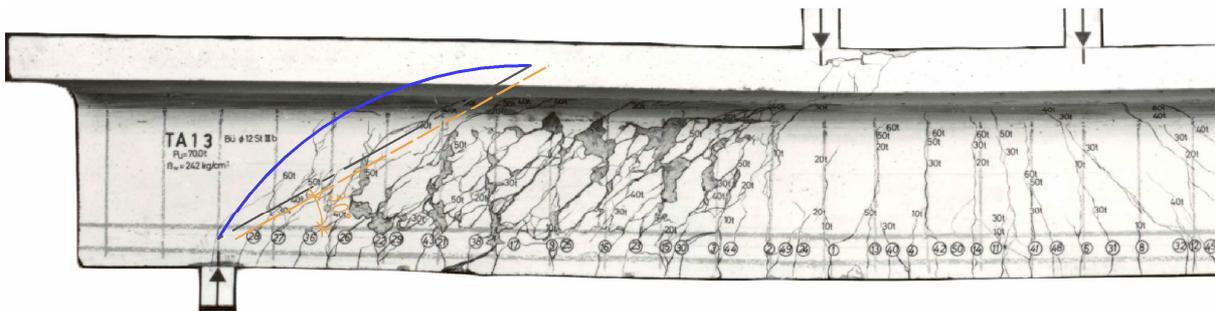


Bild A.2.45: Rissbild der linken Seite des Balkens TA 13 aus [A.2.2]

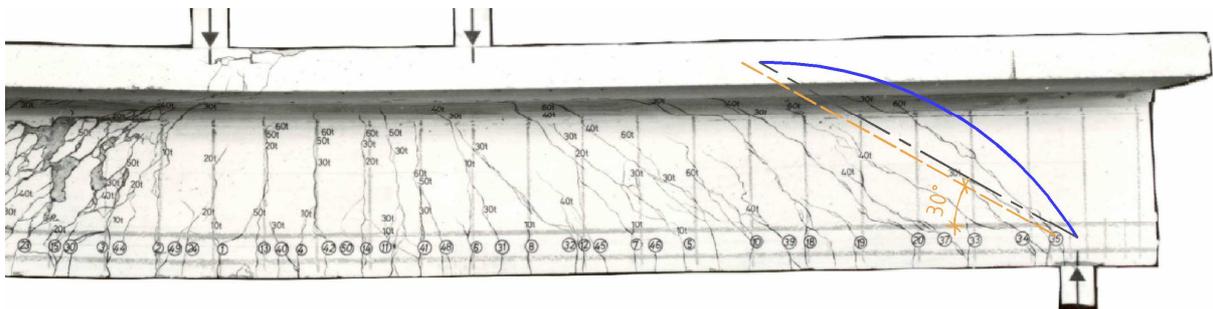


Bild A.2.46: Rissbild der rechten Seite des Balkens TA 13 aus [A.2.2]

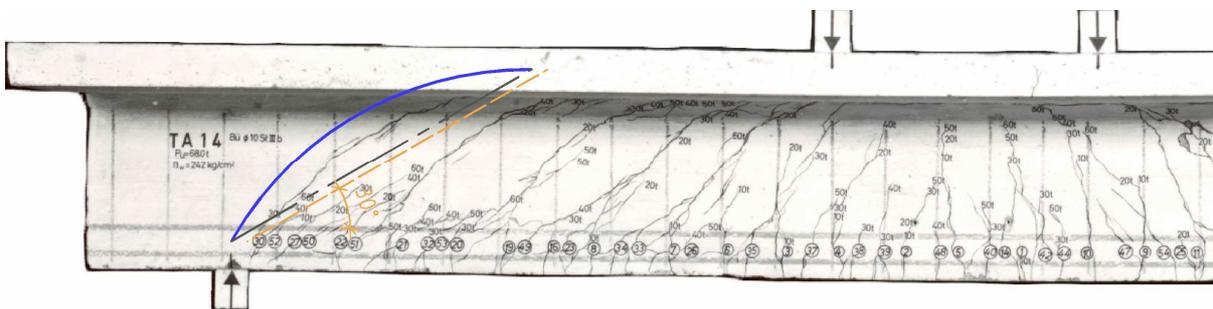


Bild A.2.47: Rissbild der linken Seite des Balkens TA 14 aus [A.2.2]

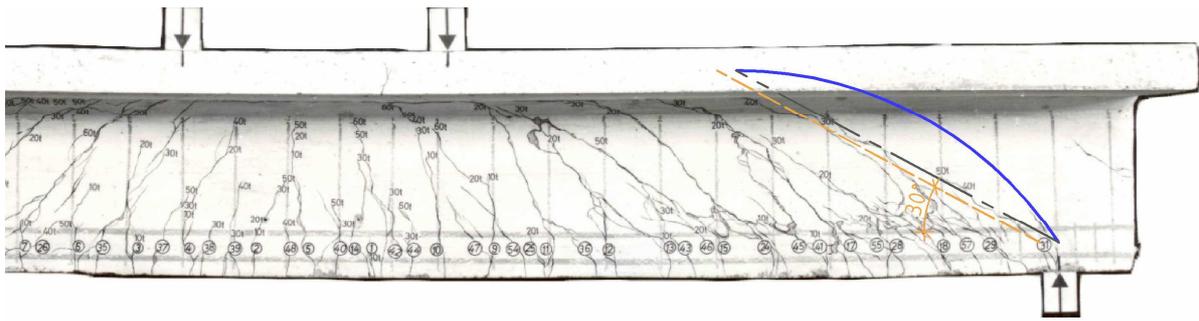


Bild A.2.48: Rissbild der rechten Seite des Balkens TA 14 aus [A.2.2]

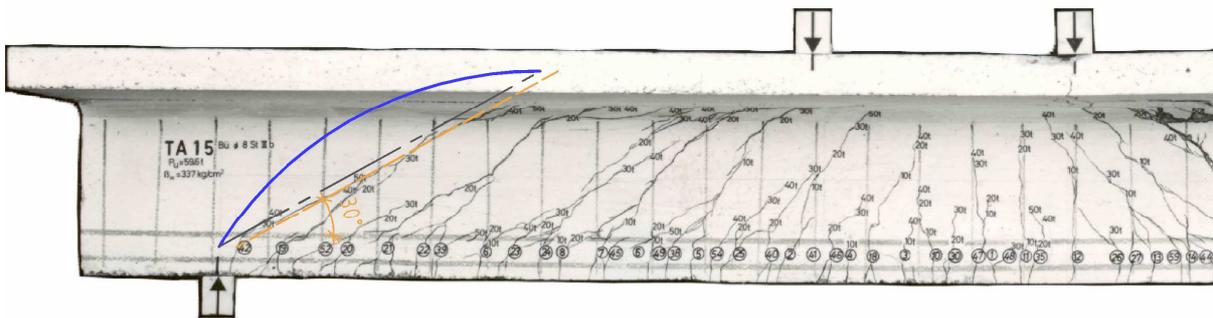


Bild A.2.49: Rissbild der linken Seite des Balkens TA 15 aus [A.2.2]

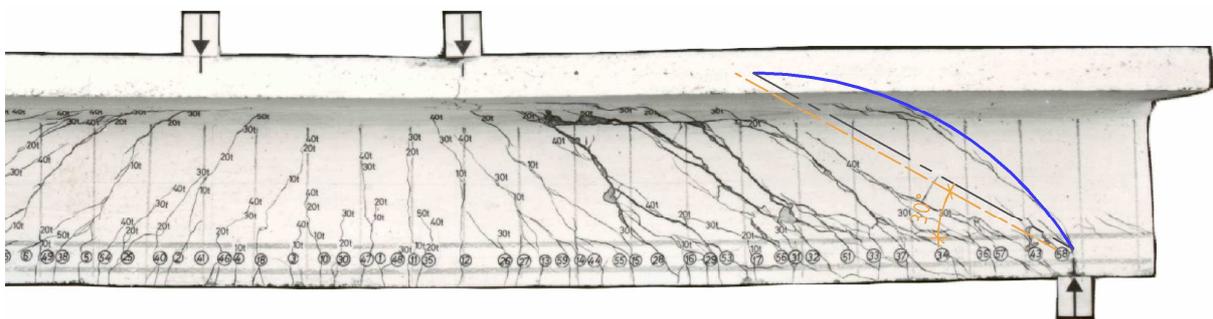


Bild A.2.50: Rissbild der rechten Seite des Balkens TA 15 aus [A.2.2]

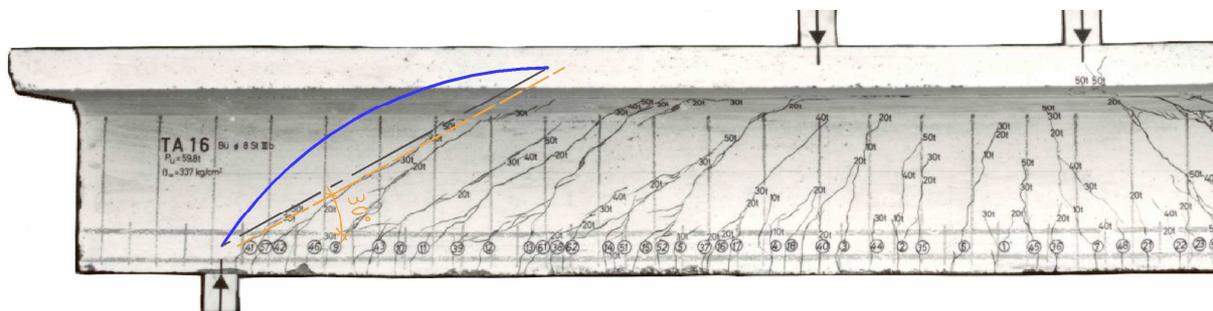


Bild A.2.51: Rissbild der linken Seite des Balkens TA 16 aus [A.2.2]

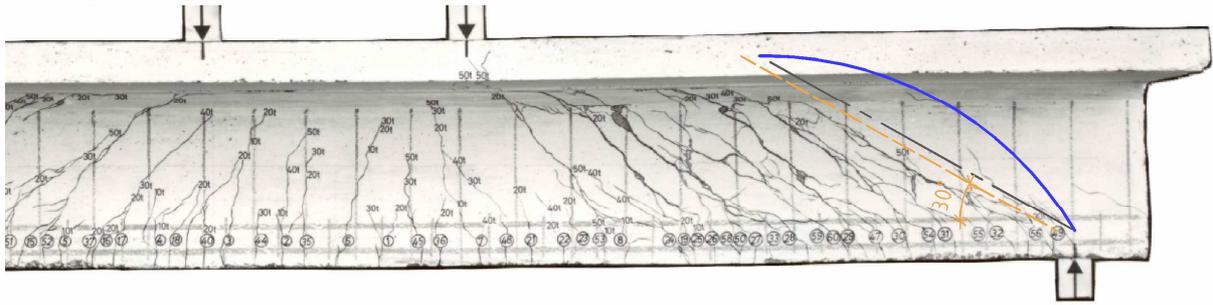


Bild A.2.52: Rissbild der rechten Seite des Balkens TA 16 aus [A.2.2]

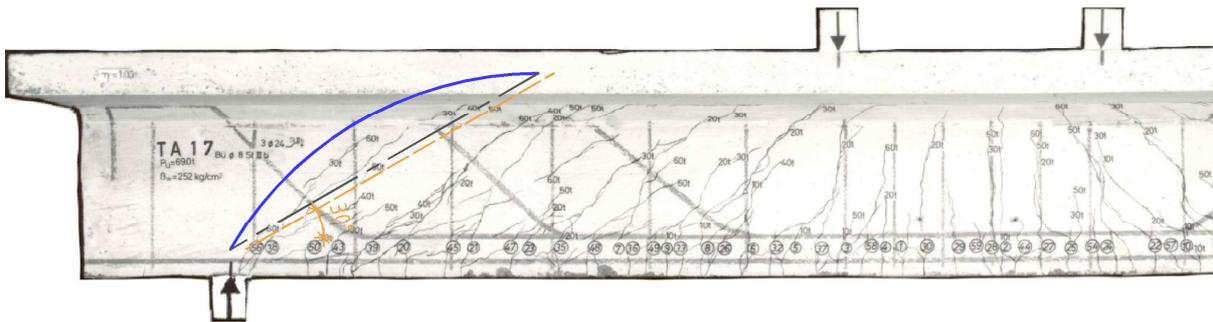


Bild A.2.53: Rissbild der linken Seite des Balkens TA 17 aus [A.2.2]

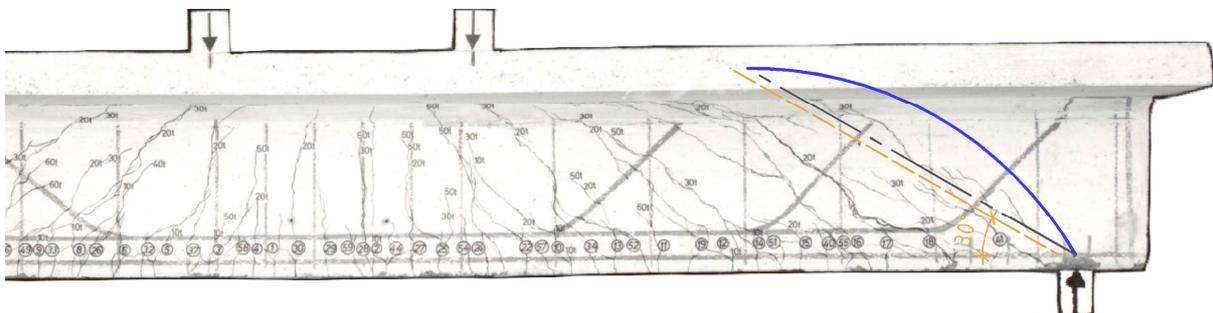


Bild A.2.54: Rissbild der rechten Seite des Balkens TA 17 aus [A.2.2]

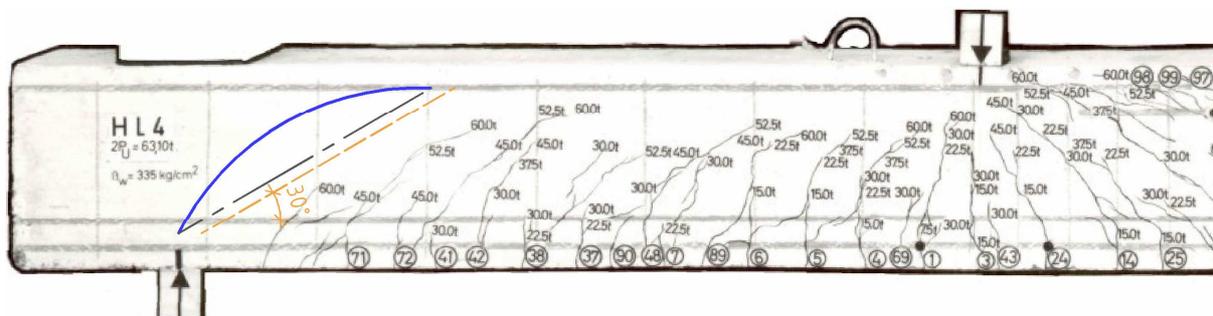


Bild A.2.55: Rissbild der linken Seite des Balkens HL 4 aus [5.1]

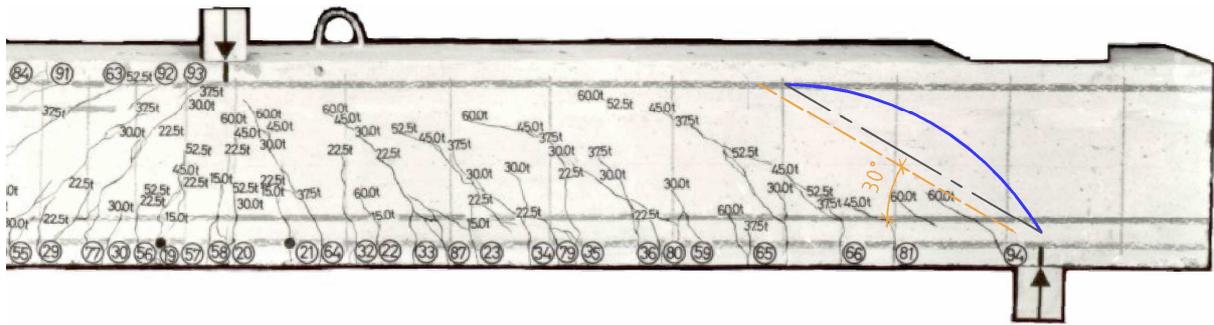


Bild A.2.56: Rissbild der rechten Seite des Balkens HL 4 aus [5.1]

Der nachfolgend dargestellte Balken HQ 2 versagte an anderer Stelle, so dass an den beiden Auflagerbereichen geringe Beanspruchungen vorhanden waren, die zu einer geringen Ausprägung der Risse führten.

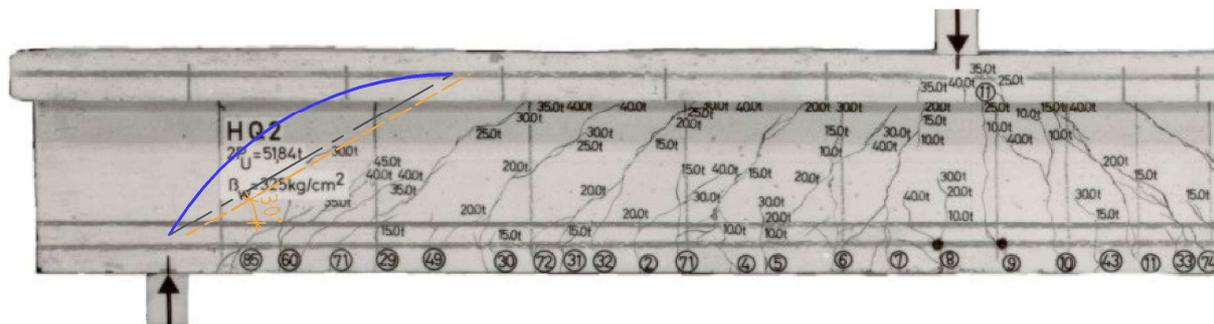


Bild A.2.57: Rissbild der linken Seite des Balkens HQ 2 aus [5.1]



Bild A.2.58: Rissbild der rechten Seite des Balkens HQ 2 aus [5.1]



Bild A.2.59: Rissbild der rechten Seite des Balkens HQ 3 aus [5.1]

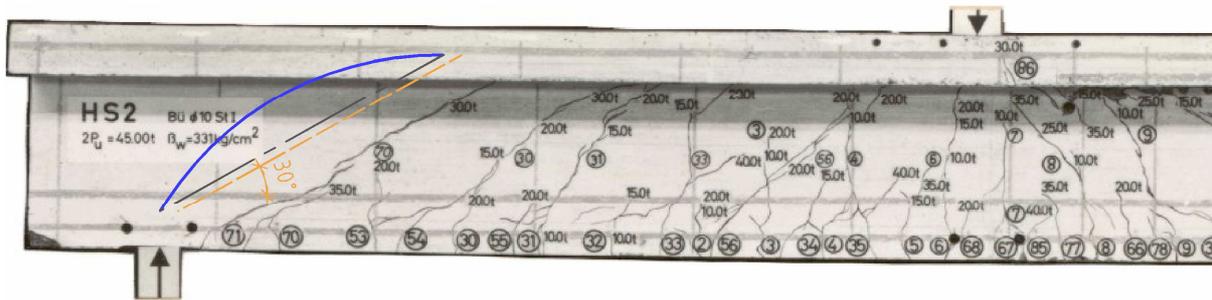


Bild A.2.60: Rissbild der linken Seite des Balkens HS 2 aus [5.1]

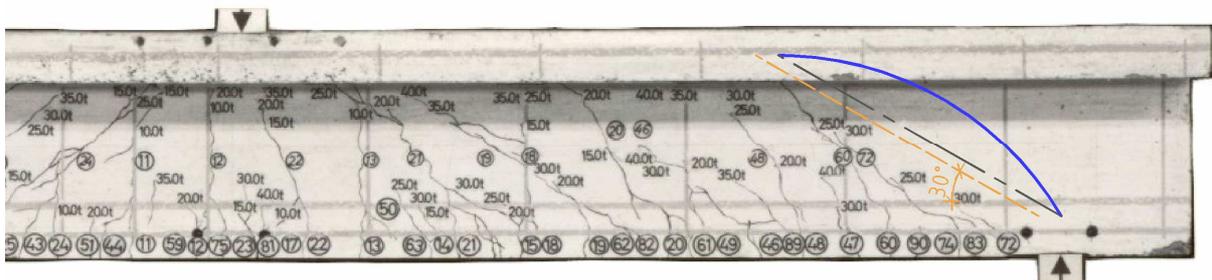


Bild A.2.61: Rissbild der rechten Seite des Balkens HS 2 aus [5.1]

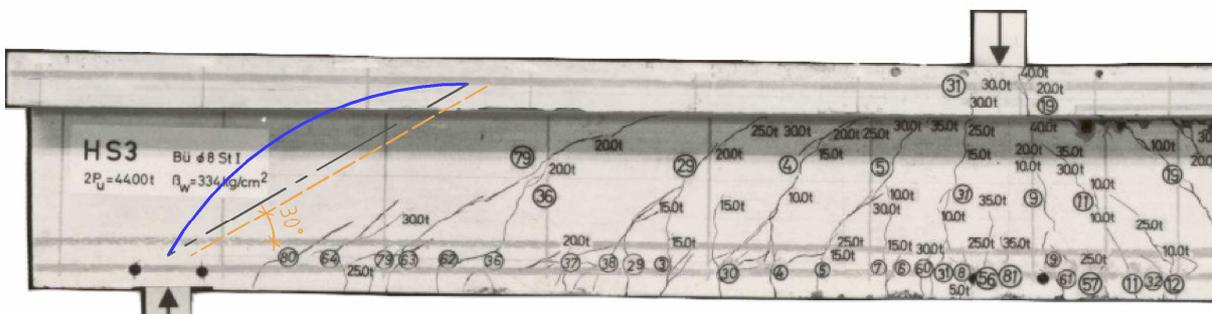


Bild A.2.62: Rissbild der linken Seite des Balkens HS 3 aus [5.1]

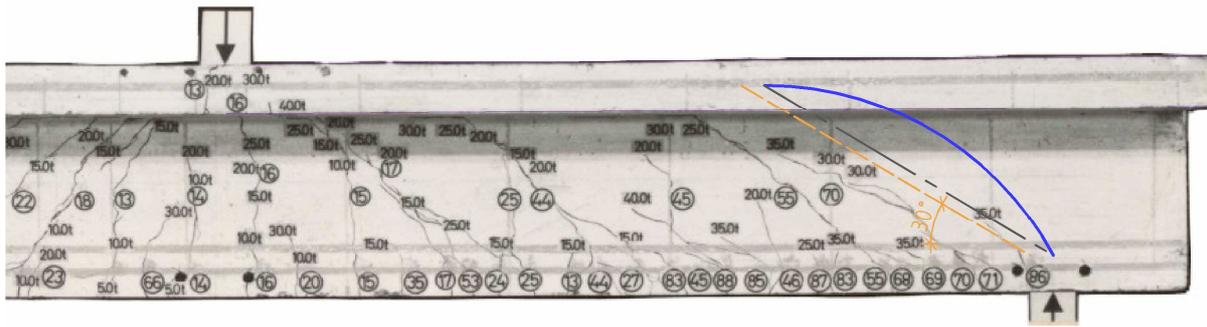


Bild A.2.63: Rissbild der rechten Seite des Balkens HS 3 aus [5.1]

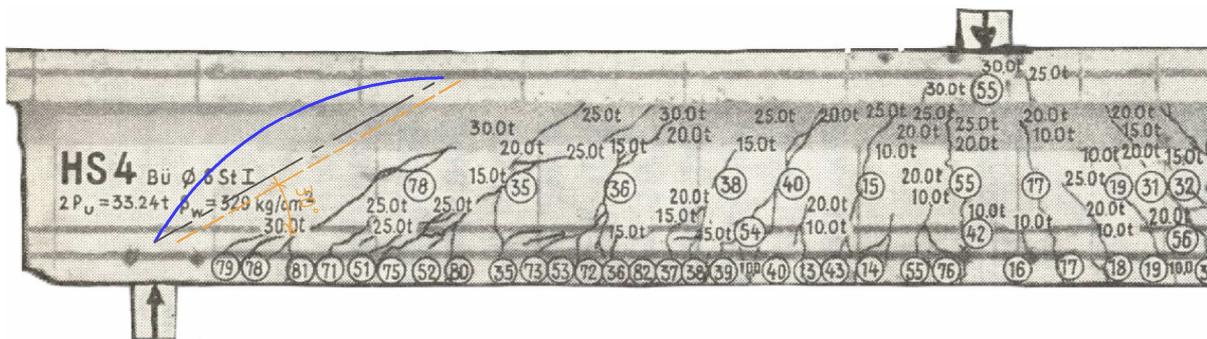


Bild A.2.64: Rissbild der linken Seite des Balkens HS 4 aus [5.1]

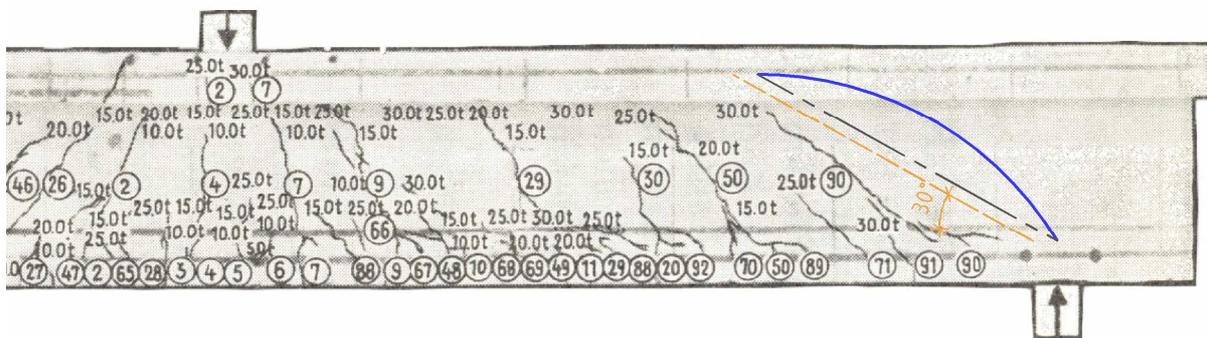


Bild A.2.65: Rissbild der rechten Seite des Balkens HS 4 aus [5.1]

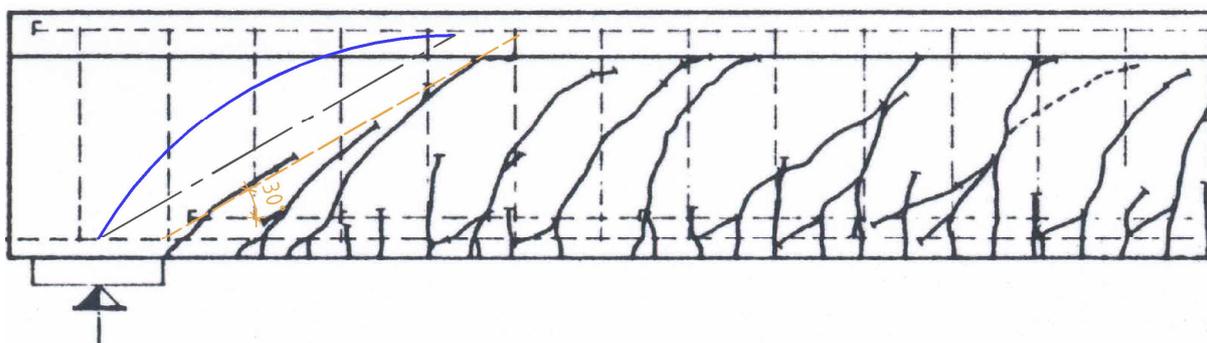
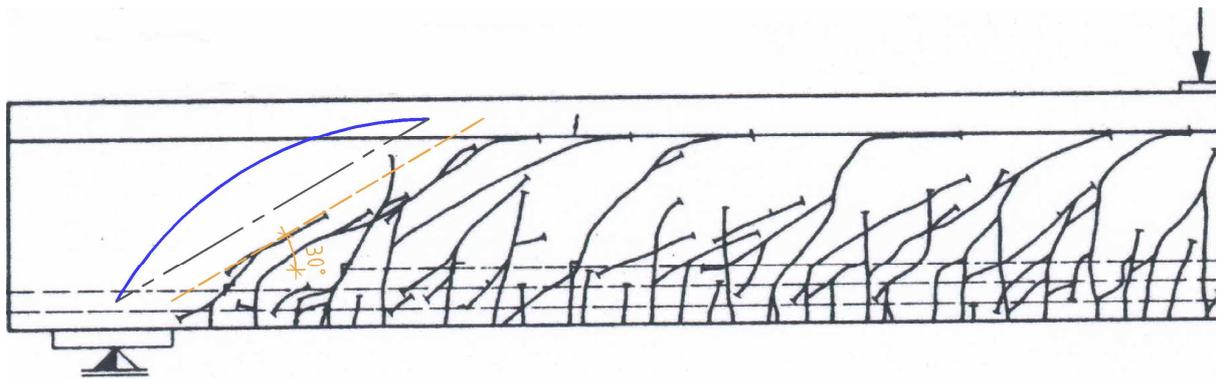
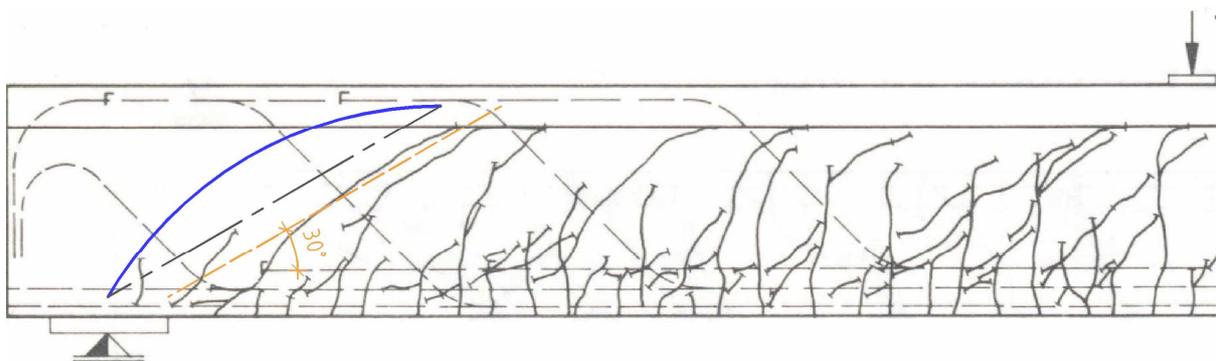


Bild A.2.66: Rissbild der linken Seite des Balkens 66-1 aus [3.1]



*Bild A.2.67:* Rissbild der linken Seite des Balkens 66-2 aus [3.1]



*Bild A.2.68:* Rissbild der linken Seite des Balkens 66-3 aus [3.1]

### A.3 BEISPIELE FÜR RISSVERLÄUFE IN DER ÜBERGANGSZONE VON $D_{eR}$ - ZU BIEGEBEREICHEN

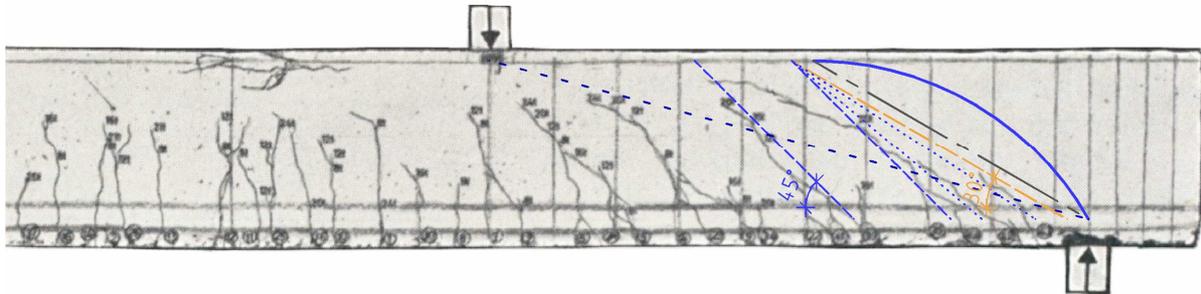


Bild A.3.1: Rissbild der rechten Seite des Balkens ET 1 aus [1.4]

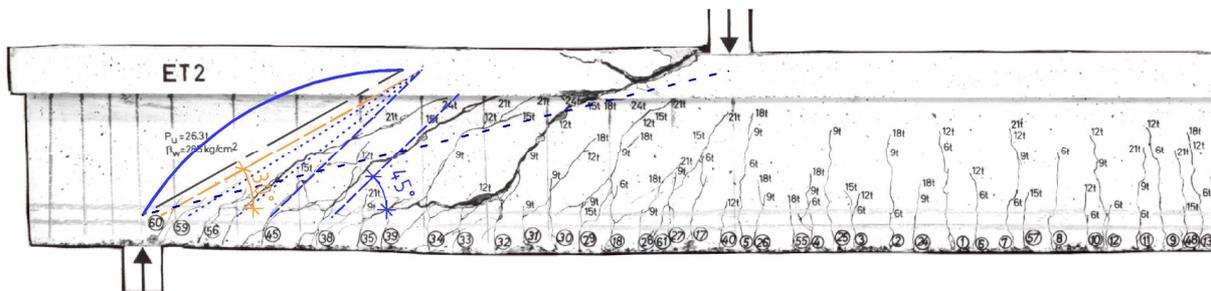


Bild A.3.2: Rissbild der linken Seite des Balkens ET 2 aus [1.4]

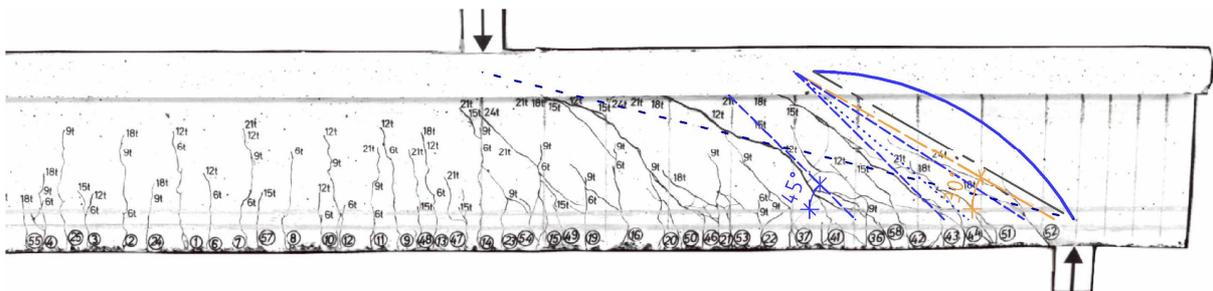


Bild A.3.3: Rissbild der rechten Seite des Balkens ET 2 aus [1.4]

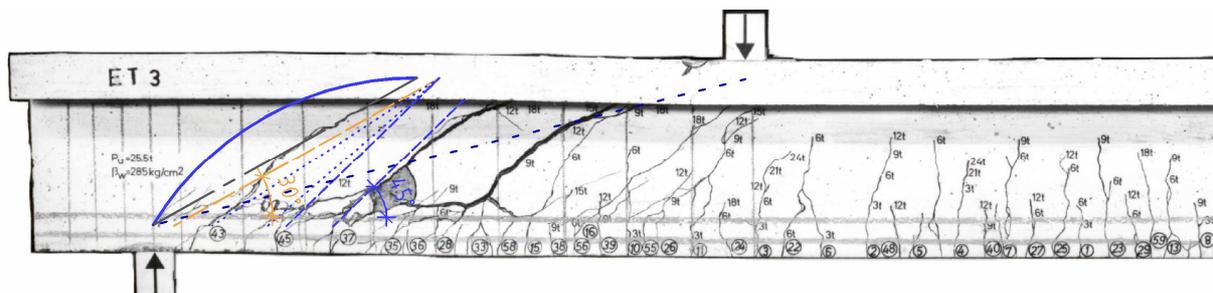


Bild A.3.4: Rissbild der linken Seite des Balkens ET 3 aus [1.4]

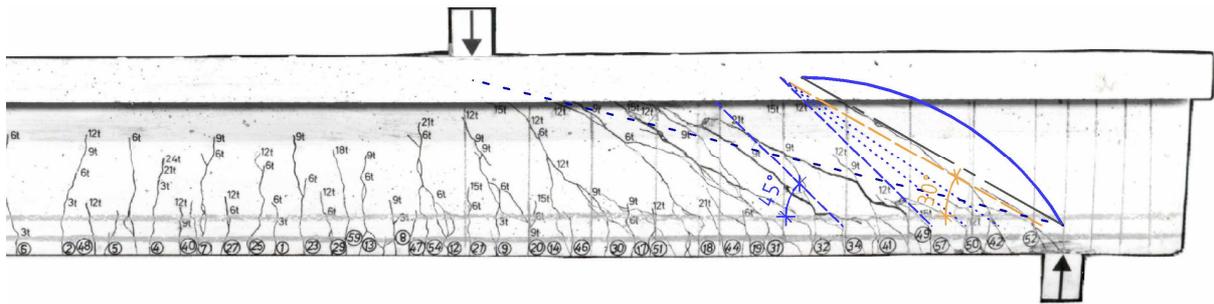


Bild A.3.5: Rissbild der rechten Seite des Balkens ET 3 aus [1.4]

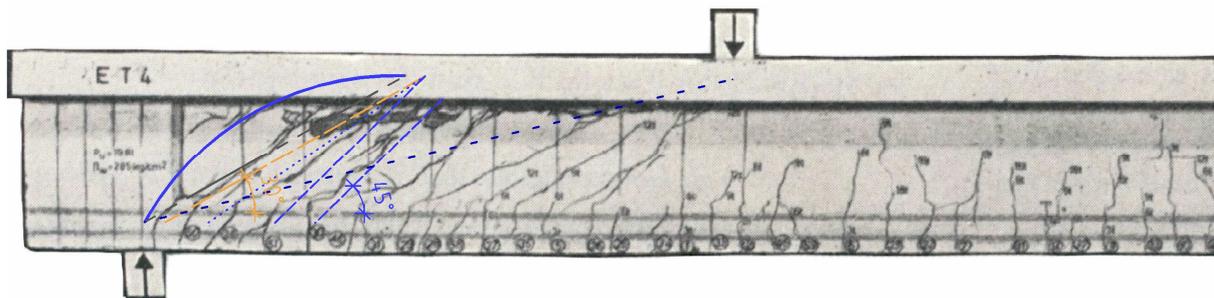


Bild A.3.6: Rissbild der linken Seite des Balkens ET 4 aus [1.4]

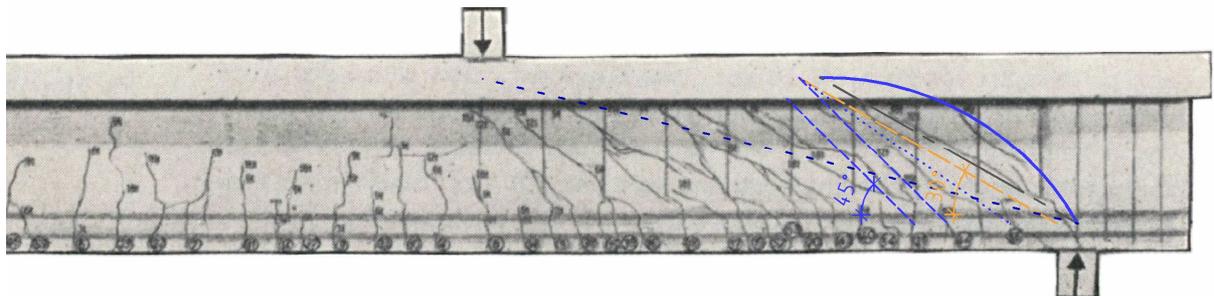


Bild A.3.7: Rissbild der rechten Seite des Balkens ET 4 aus [1.4]

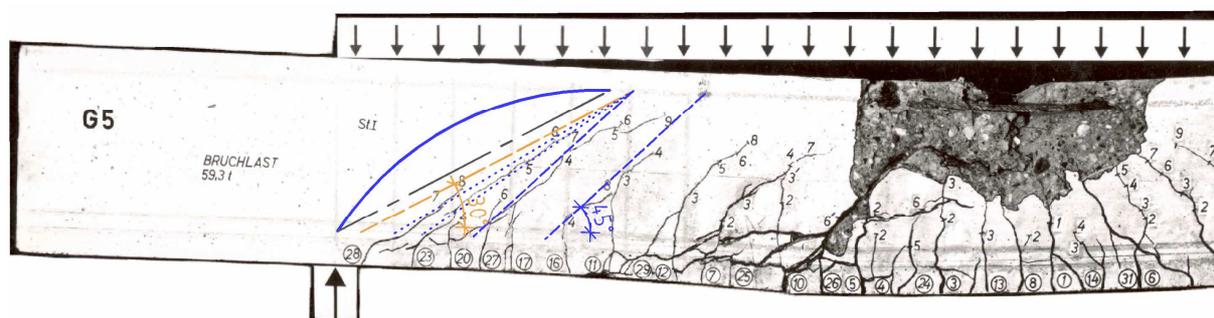


Bild A.3.8: Rissbild der linken Seite des Balkens G 5 aus [1.4]

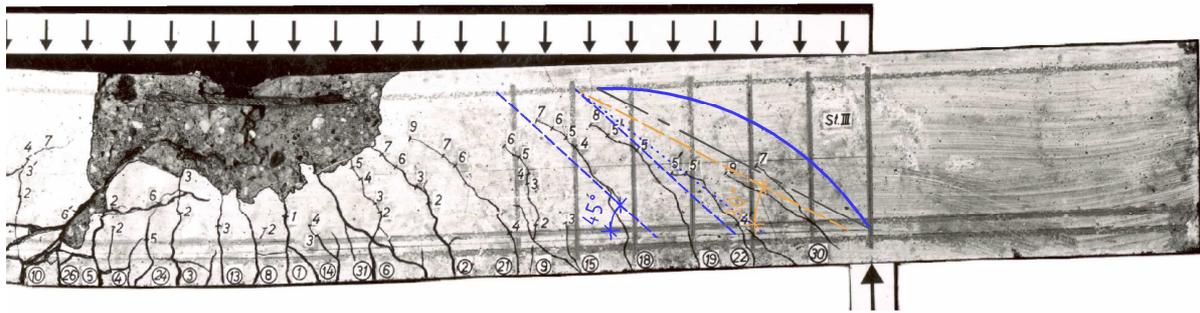


Bild A.3.9: Rissbild der rechten Seite des Balkens G 5 aus [1.4]

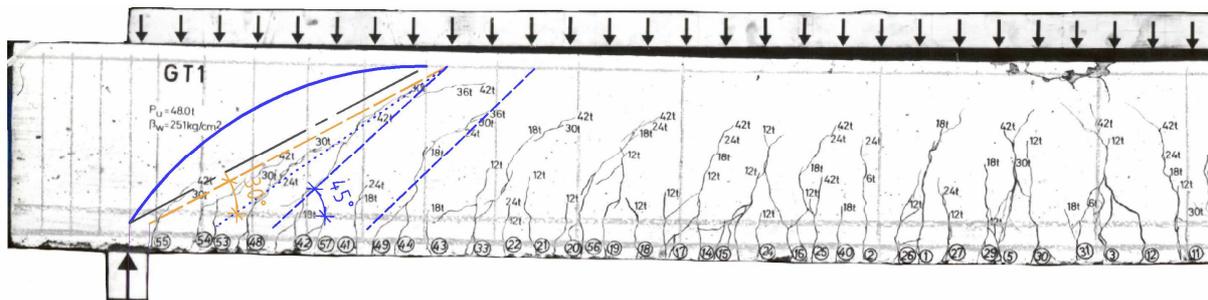


Bild A.3.10: Rissbild der linken Seite des Balkens GT 1 aus [1.4]

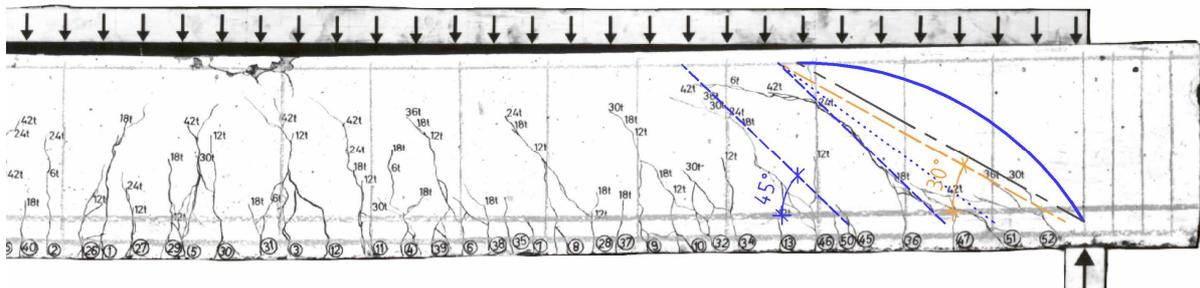


Bild A.3.11: Rissbild der rechten Seite des Balkens GT 1 aus [1.4]

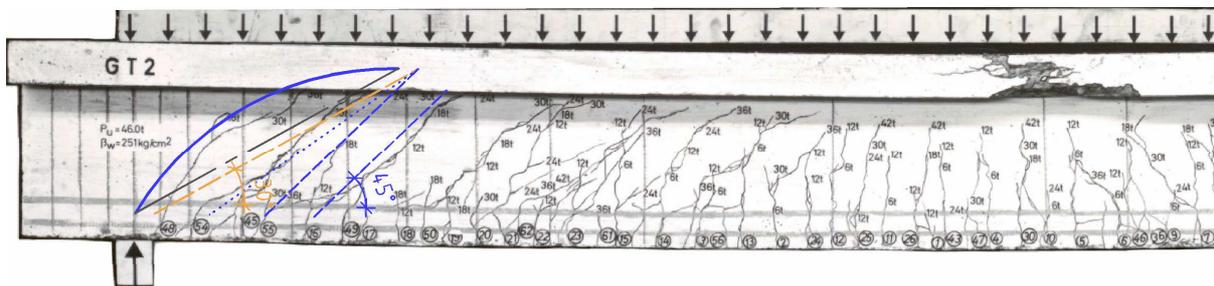


Bild A.3.12: Rissbild der linken Seite des Balkens GT 2 aus [1.4]

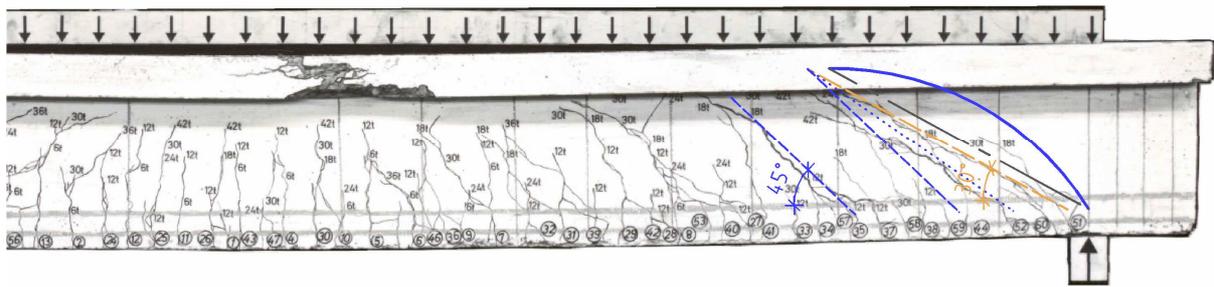


Bild A.3.13: Rissbild der rechten Seite des Balkens GT 2 aus [1.4]

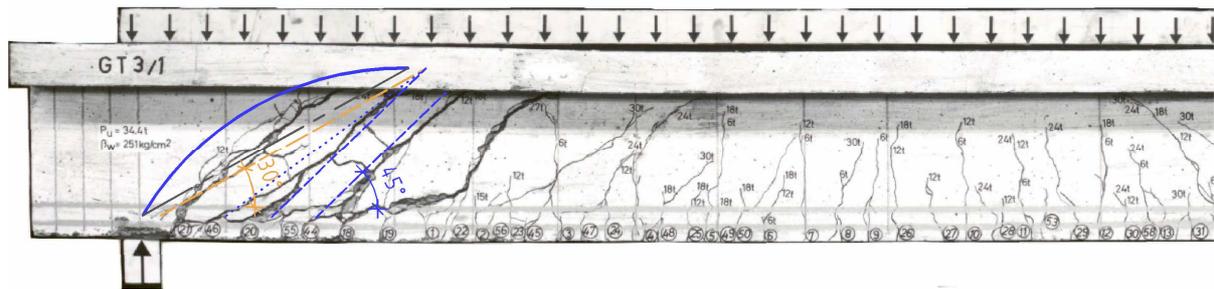


Bild A.3.14: Rissbild der linken Seite des Balkens GT 3/1 aus [1.4]

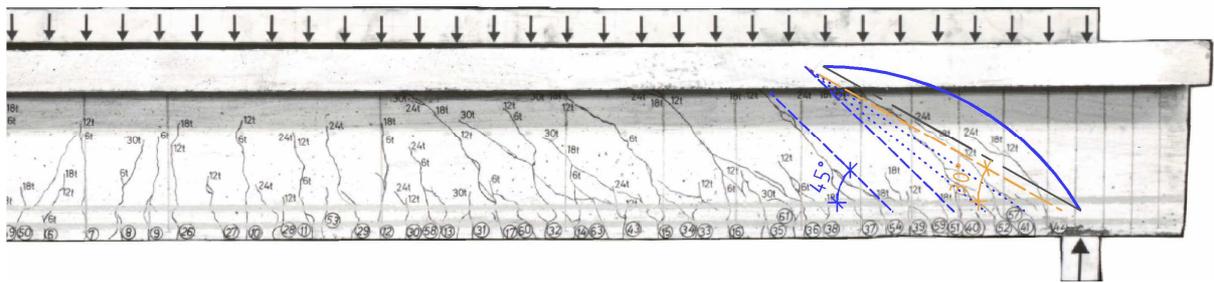


Bild A.3.15: Rissbild der rechten Seite des Balkens GT 3/1 aus [1.4]

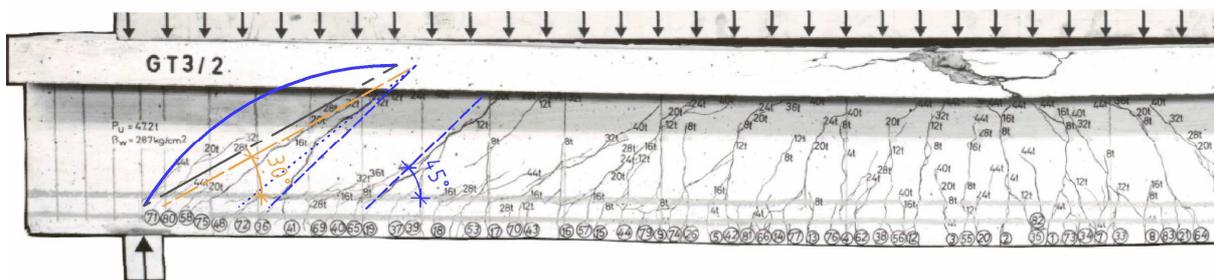


Bild A.3.16: Rissbild der linken Seite des Balkens GT 3/2 aus [1.4]

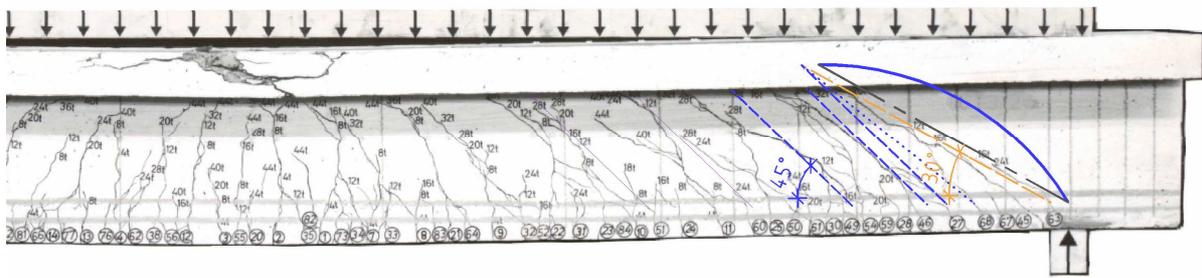


Bild A.3.17: Rissbild der rechten Seite des Balkens GT 3/2 aus [1.4]

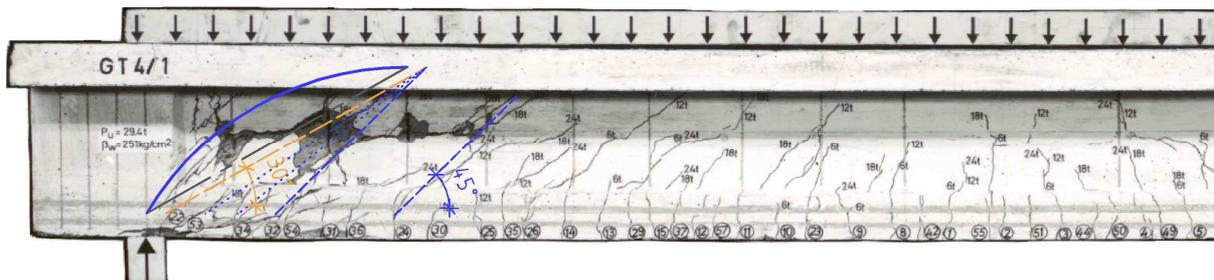


Bild A.3.18: Rissbild der linken Seite des Balkens GT 4/1 aus [1.4]

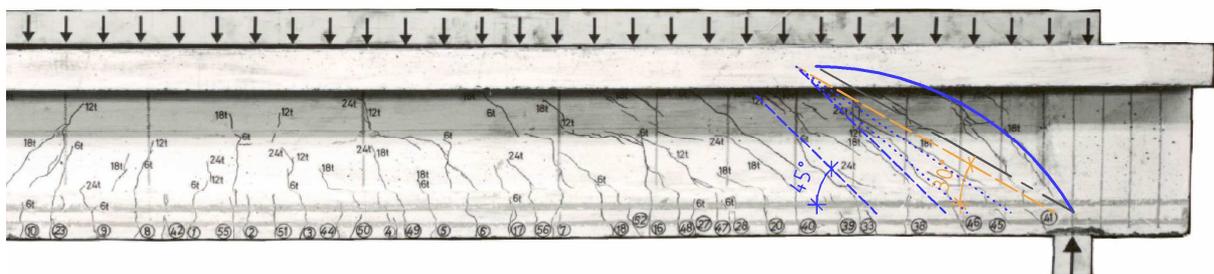


Bild A.3.19: Rissbild der rechten Seite des Balkens GT 4/1 aus [1.4]

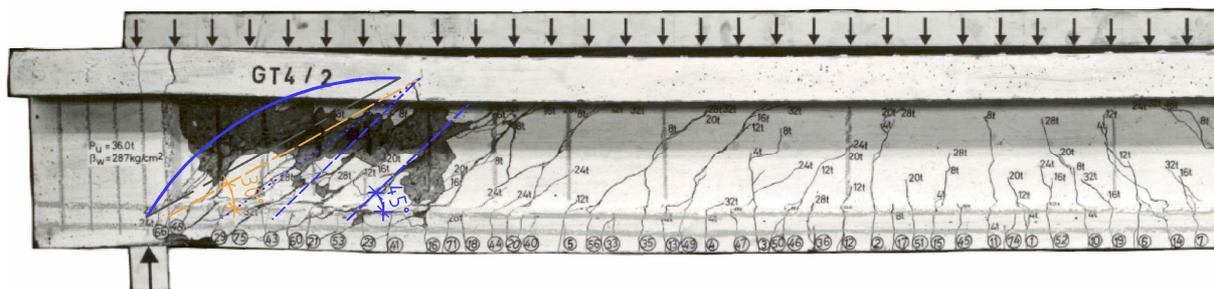


Bild A.3.20: Rissbild der linken Seite des Balkens GT 4/2 aus [1.4]

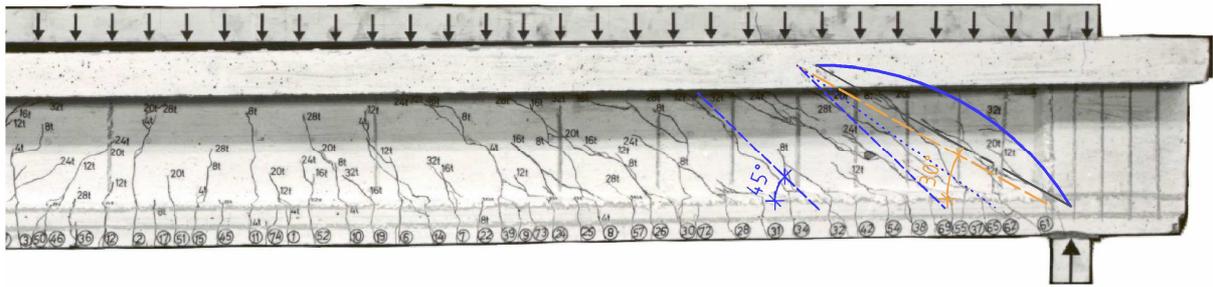


Bild A.3.21: Rissbild der rechten Seite des Balkens GT 4/2 aus [1.4]

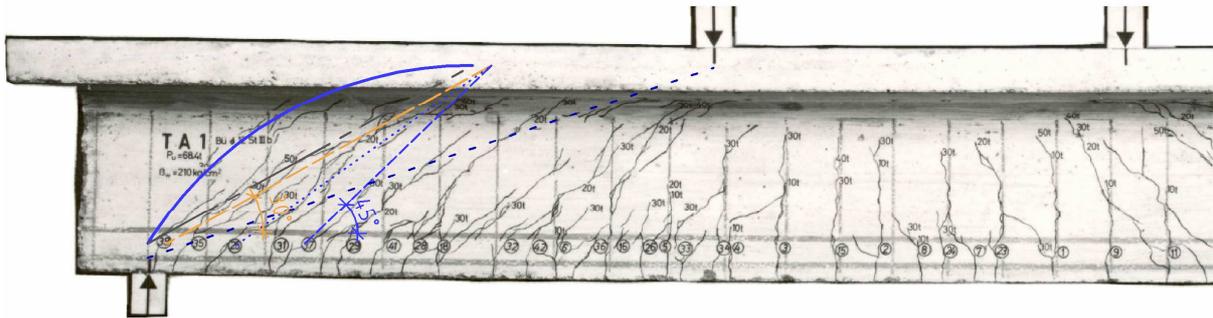


Bild A.3.22: Rissbild der linken Seite des Balkens TA 1 aus [2.2]

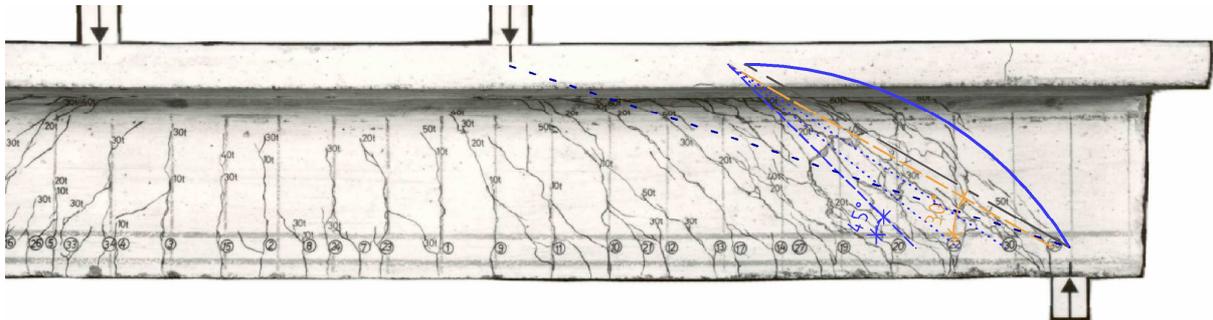


Bild A.3.23: Rissbild der rechten Seite des Balkens TA 1 aus [2.2]

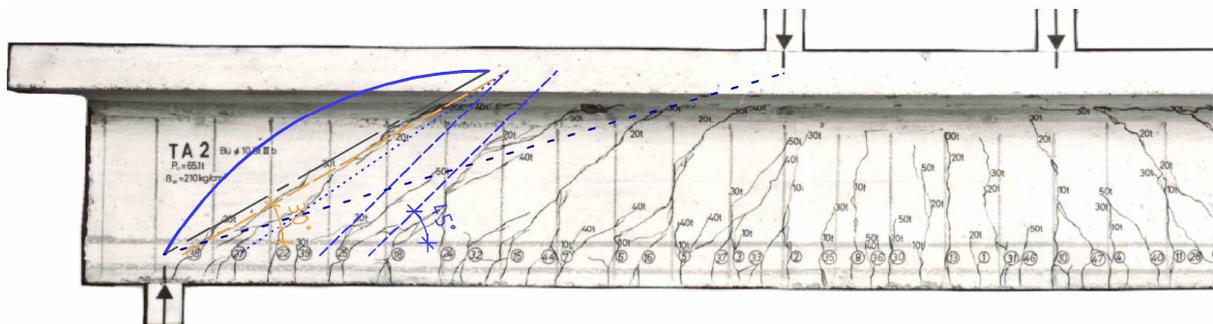


Bild A.3.24: Rissbild der linken Seite des Balkens TA 2 aus [2.2]

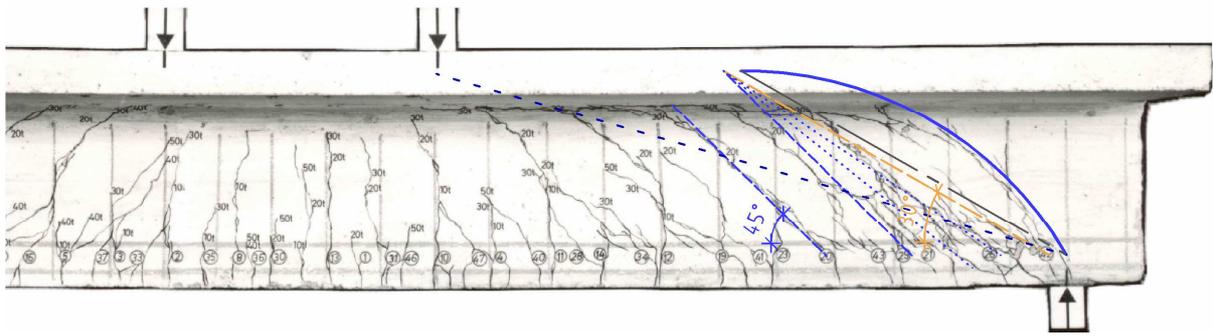


Bild A.3.25: Rissbild der rechten Seite des Balkens TA 2 aus [2.2]

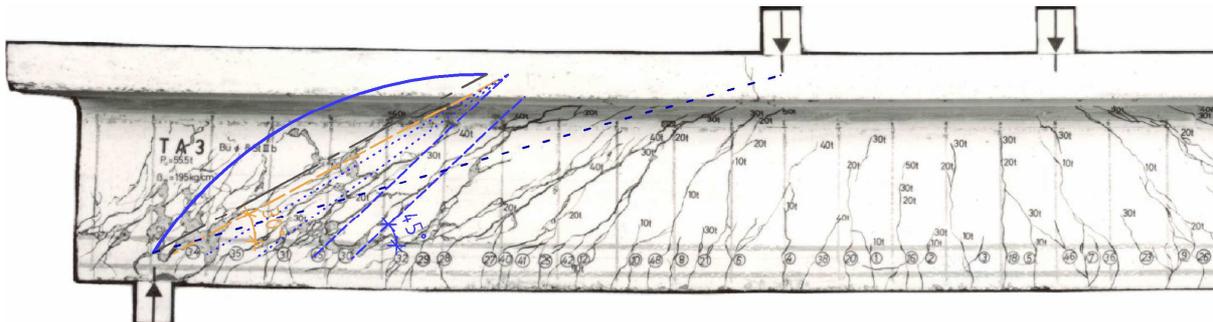


Bild A.3.26: Rissbild der linken Seite des Balkens TA 3 aus [2.2]

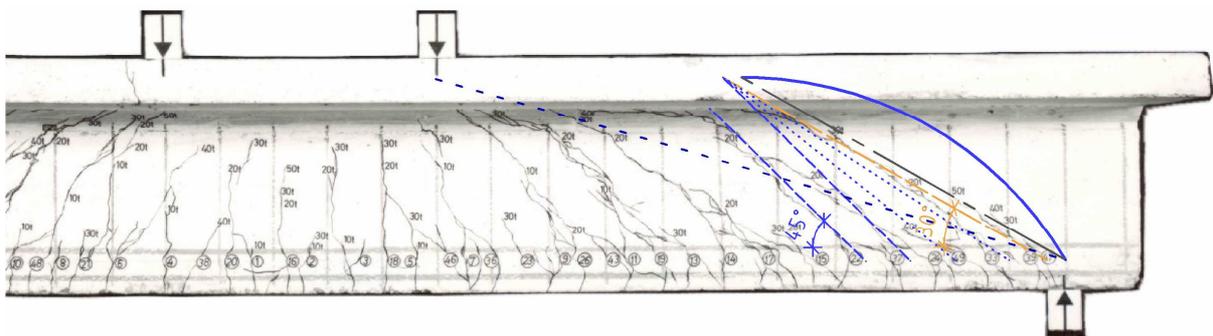


Bild A.3.27: Rissbild der rechten Seite des Balkens TA 3 aus [2.2]

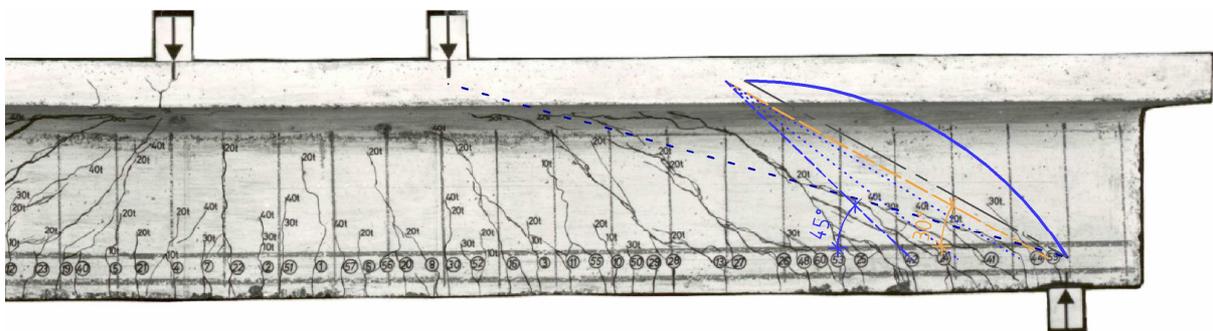


Bild A.3.28: Rissbild der rechten Seite des Balkens TA 4 aus [2.2]

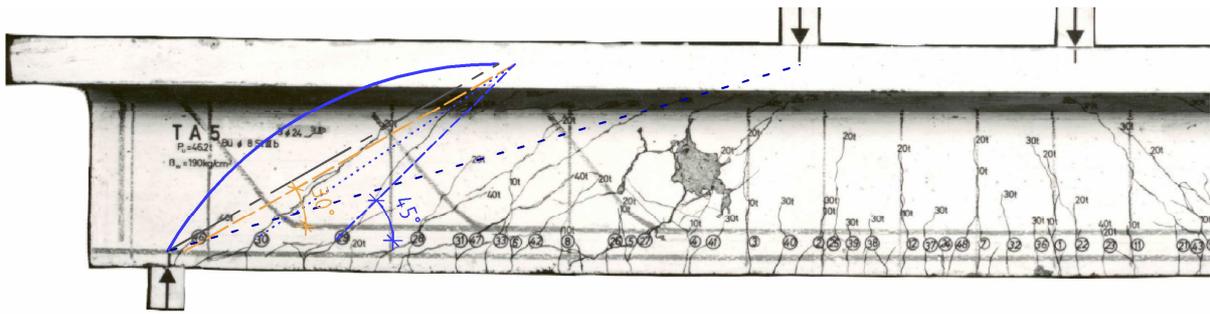


Bild A.3.29: Rissbild der linken Seite des Balkens TA 5 aus [2.2]

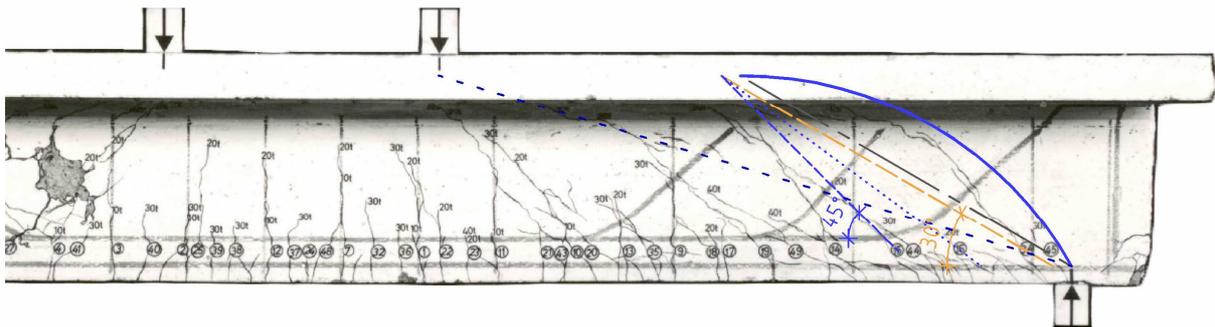


Bild A.3.30: Rissbild der rechten Seite des Balkens TA 5 aus [2.2]

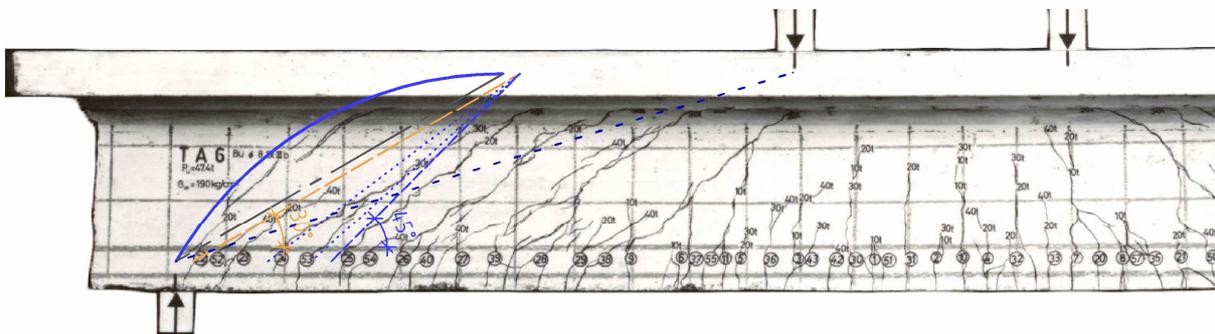


Bild A.3.31: Rissbild der linken Seite des Balkens TA 6 aus [2.2]

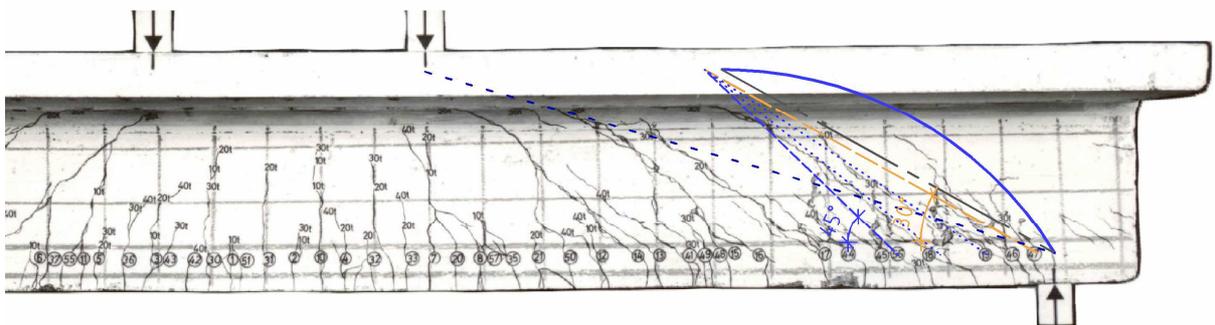


Bild A.3.32: Rissbild der rechten Seite des Balkens TA 6 aus [2.2]

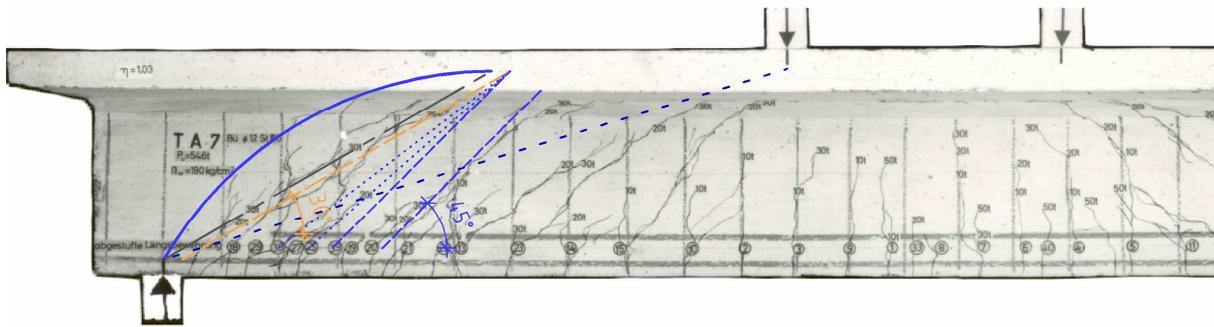


Bild A.3.33: Rissbild der linken Seite des Balkens TA 7 aus [2.2]

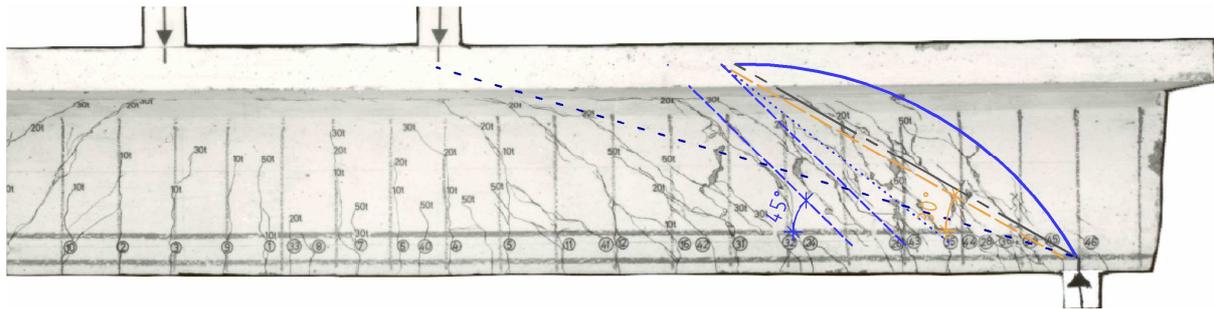


Bild A.3.34: Rissbild der rechten Seite des Balkens TA 7 aus [2.2]

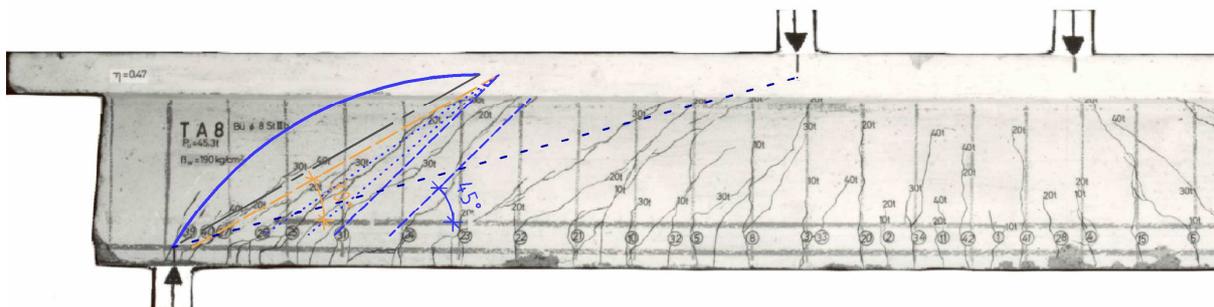


Bild A.3.35: Rissbild der linken Seite des Balkens TA 8 aus [2.2]

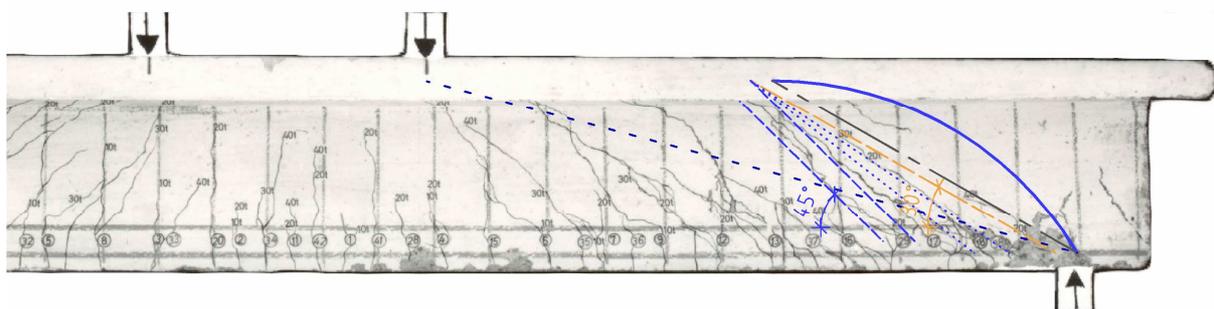


Bild A.3.36: Rissbild der rechten Seite des Balkens TA 8 aus [2.2]

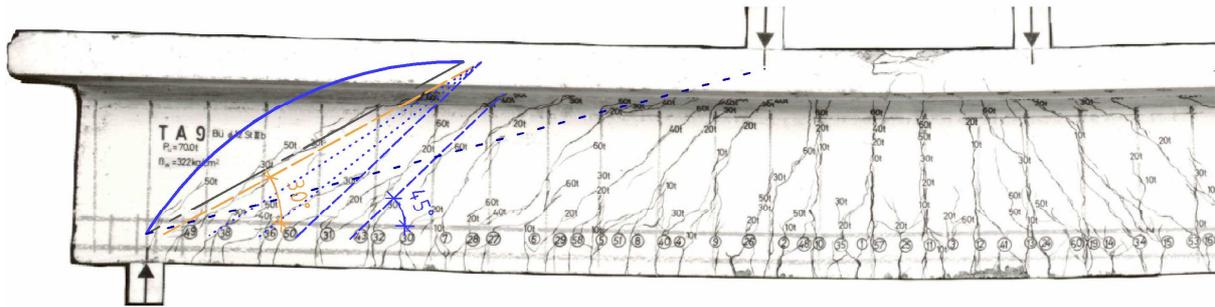


Bild A.3.37: Rissbild der linken Seite des Balkens TA 9 aus [2.2]

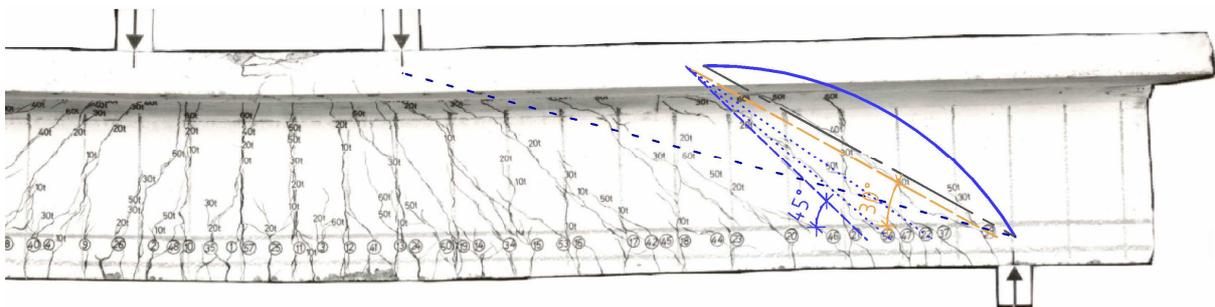


Bild A.3.38: Rissbild der rechten Seite des Balkens TA 9 aus [2.2]

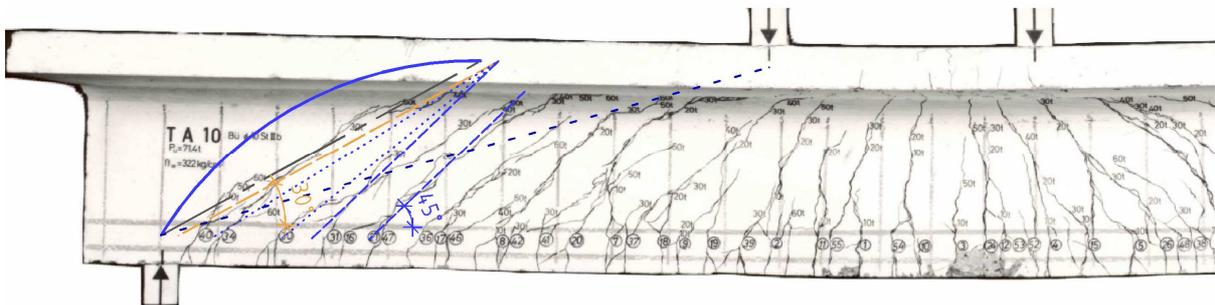


Bild A.3.39: Rissbild der linken Seite des Balkens TA 10 aus [2.2]

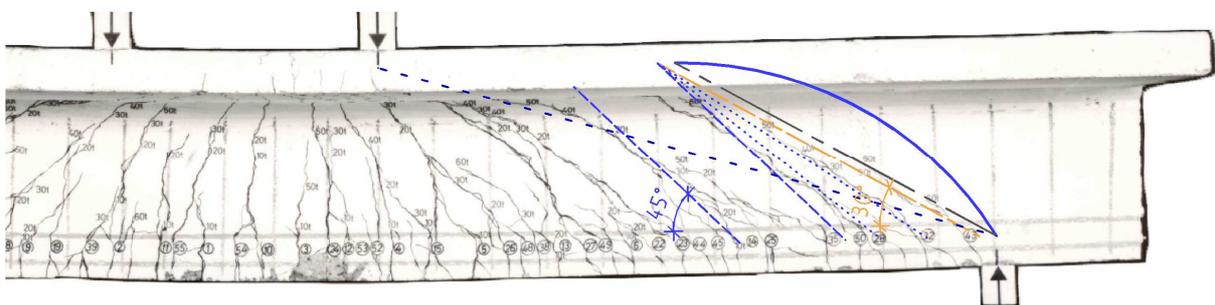


Bild A.3.40: Rissbild der rechten Seite des Balkens TA 10 aus [2.2]

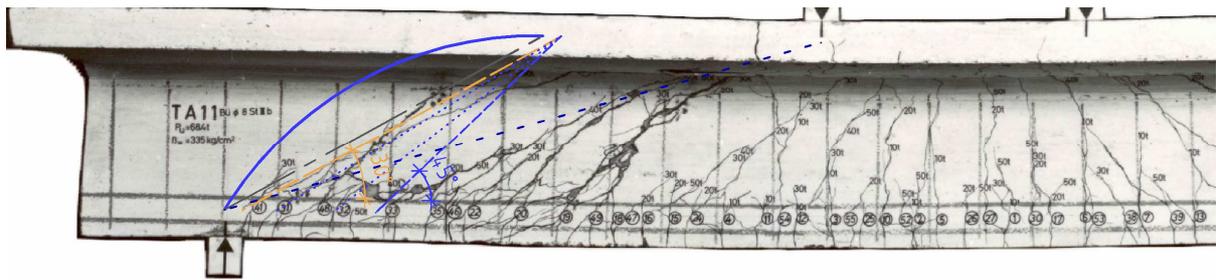


Bild A.3.41: Rissbild der linken Seite des Balkens TA 11 aus [2.2]

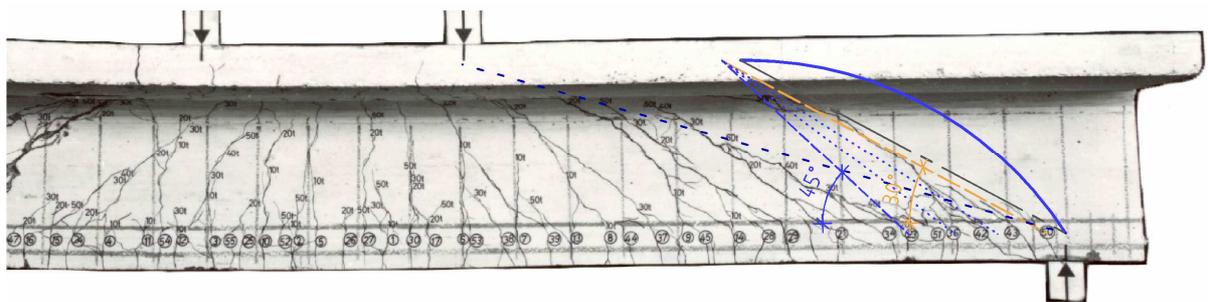


Bild A.3.42: Rissbild der rechten Seite des Balkens TA 11 aus [2.2]

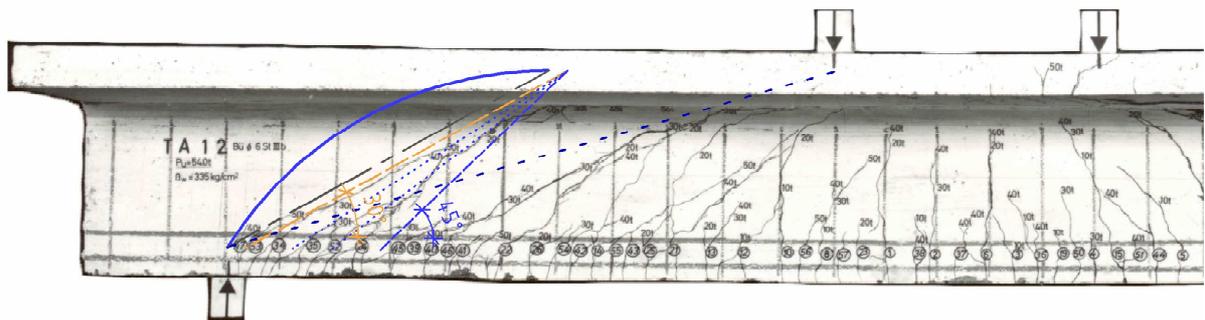


Bild A.3.43: Rissbild der linken Seite des Balkens TA 12 aus [2.2]

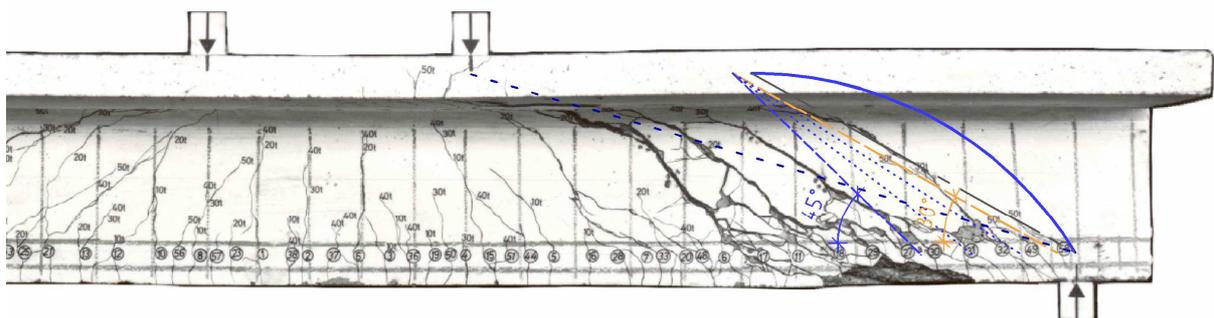


Bild A.3.44: Rissbild der rechten Seite des Balkens TA 12 aus [2.2]

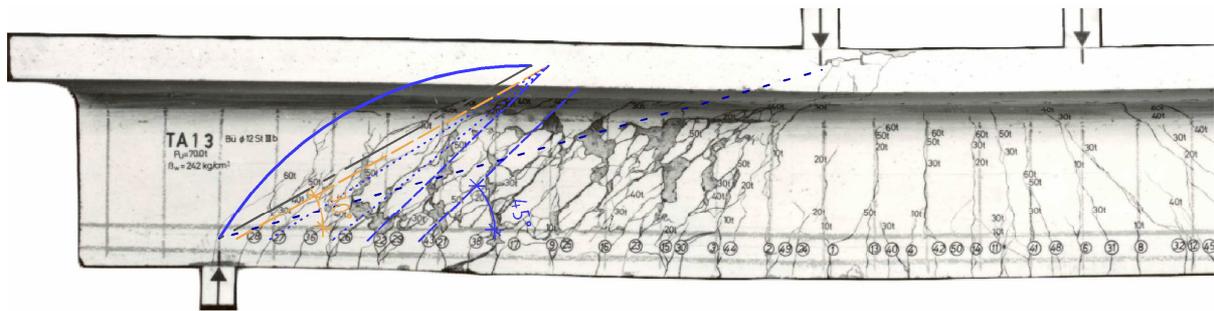


Bild A.3.45: Rissbild der linken Seite des Balkens TA 13 aus [2.2]

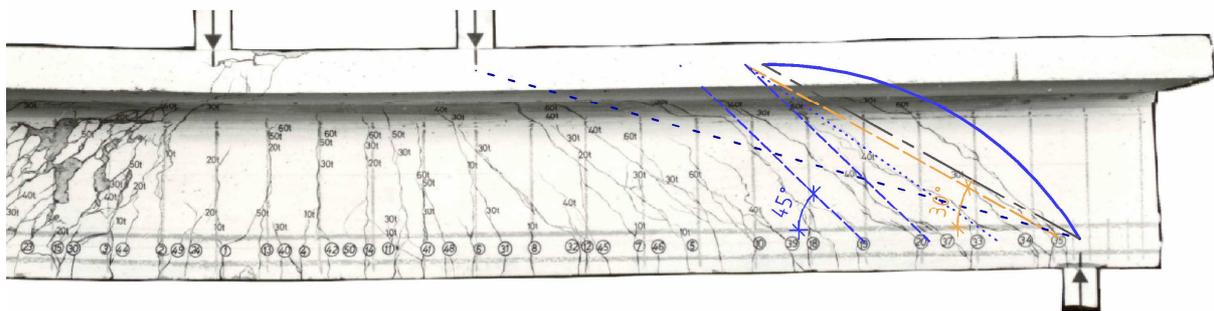


Bild A.3.46: Rissbild der rechten Seite des Balkens TA 13 aus [2.2]

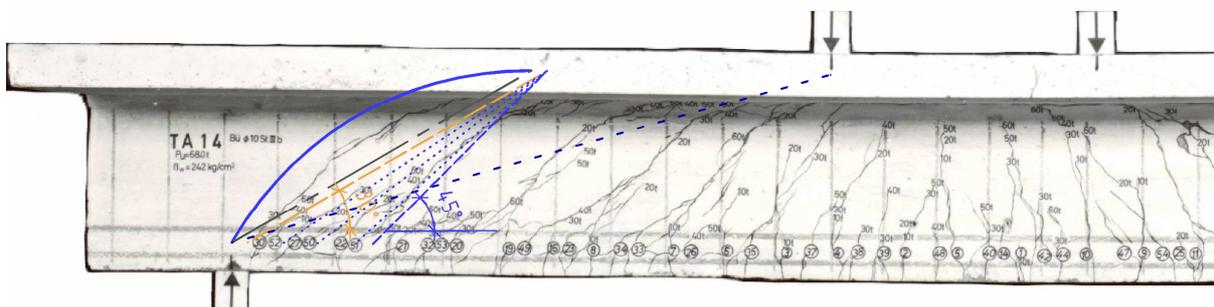


Bild A.3.47: Rissbild der linken Seite des Balkens TA 14 aus [2.2]

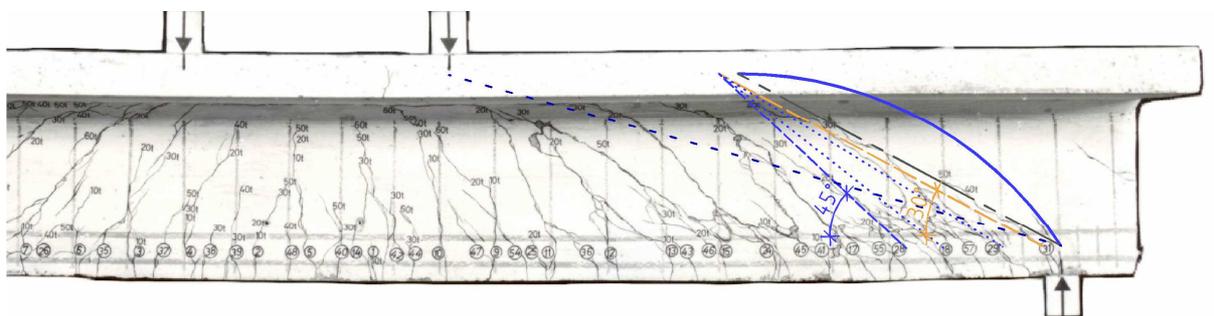


Bild A.3.48: Rissbild der rechten Seite des Balkens TA 14 aus [2.2]

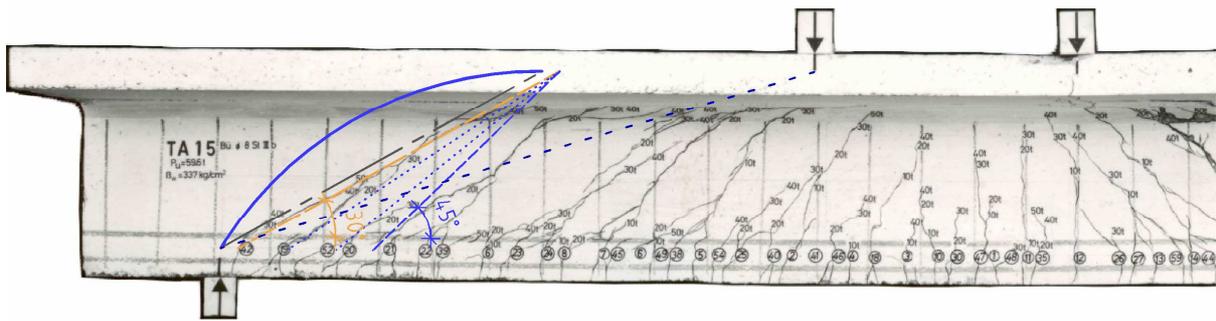


Bild A.3.49: Rissbild der linken Seite des Balkens TA 15 aus [2.2]

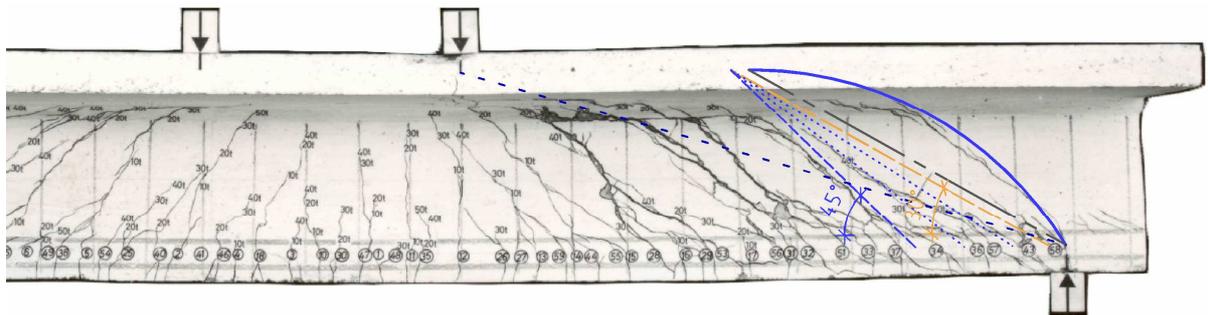


Bild A.3.50: Rissbild der rechten Seite des Balkens TA 15 aus [2.2]

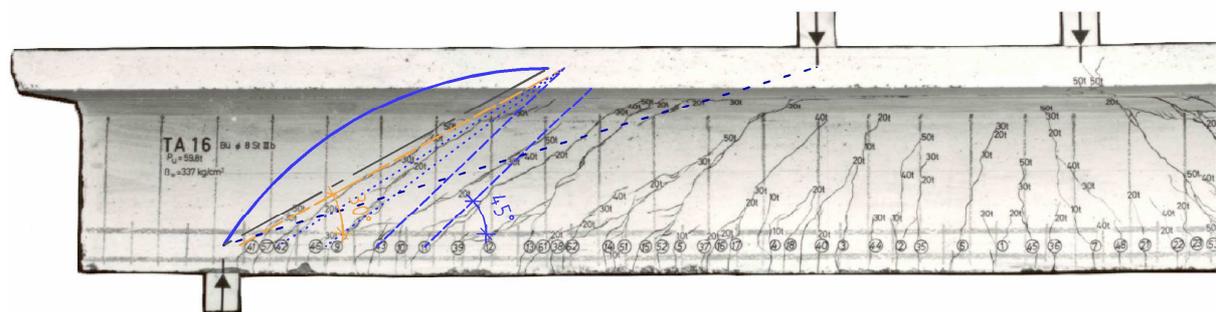


Bild A.3.51: Rissbild der linken Seite des Balkens TA 16 aus [2.2]

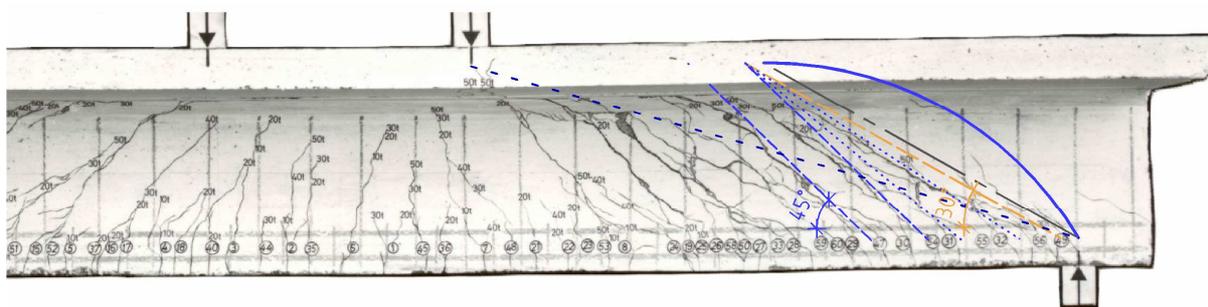


Bild A.3.52: Rissbild der rechten Seite des Balkens TA 16 aus [2.2]

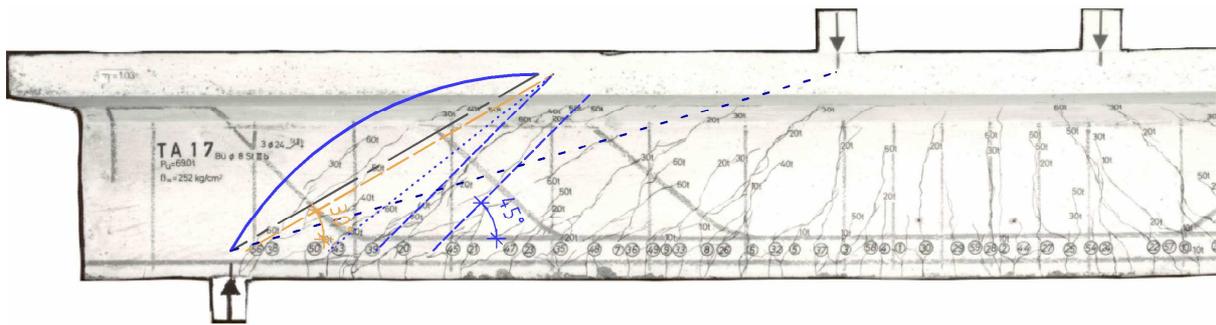


Bild A.3.53: Rissbild der linken Seite des Balkens TA 17 aus [2.2]

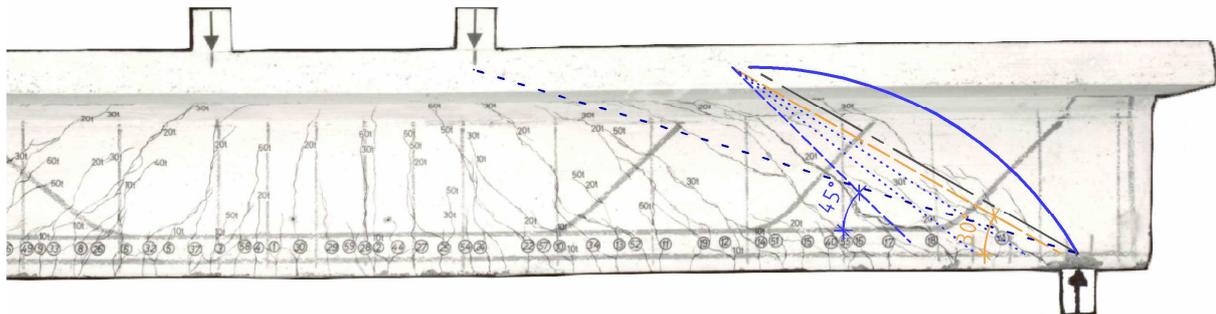


Bild A.3.54: Rissbild der rechten Seite des Balkens TA 17 aus [2.2]

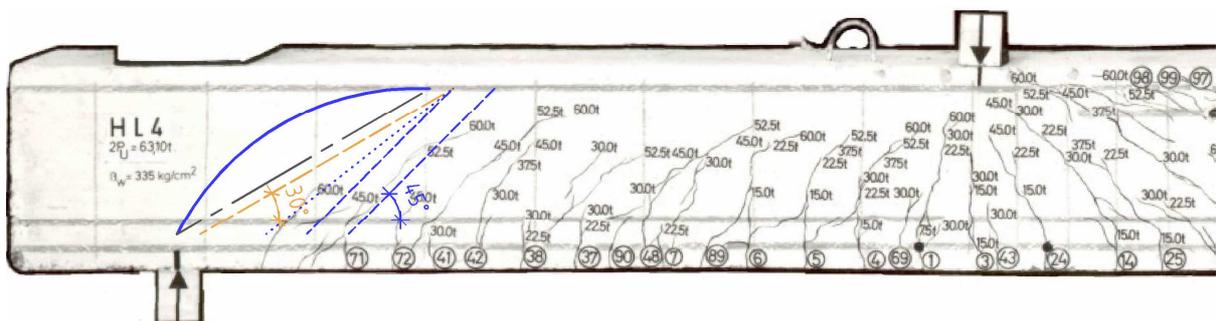


Bild A.3.55: Rissbild der linken Seite des Balkens HL 4 aus [5.1]

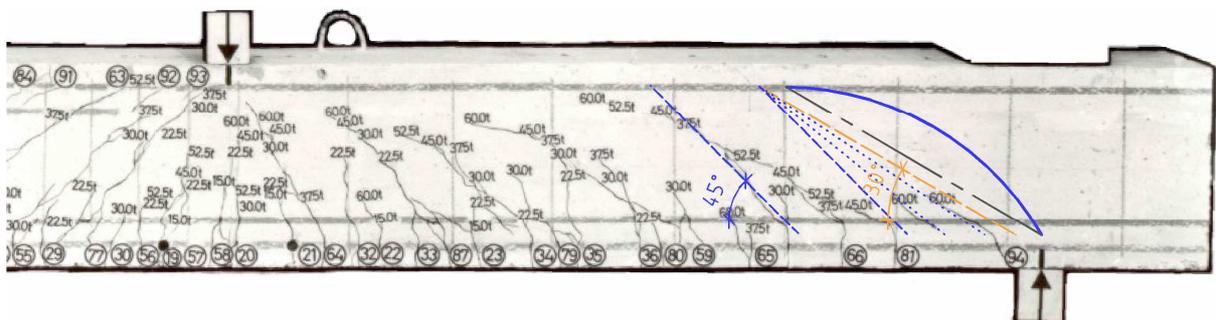


Bild A.3.56: Rissbild der rechten Seite des Balkens HL 4 aus [5.1]

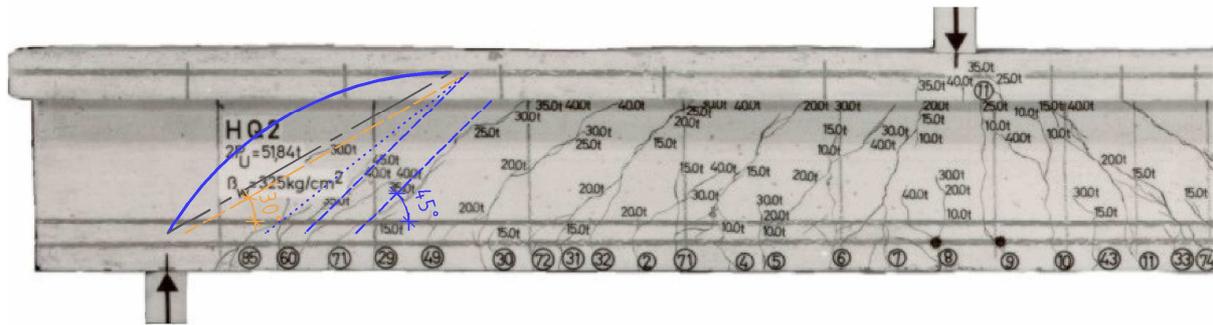


Bild A.3.57: Rissbild der linken Seite des Balkens HQ 2 aus [5.1]

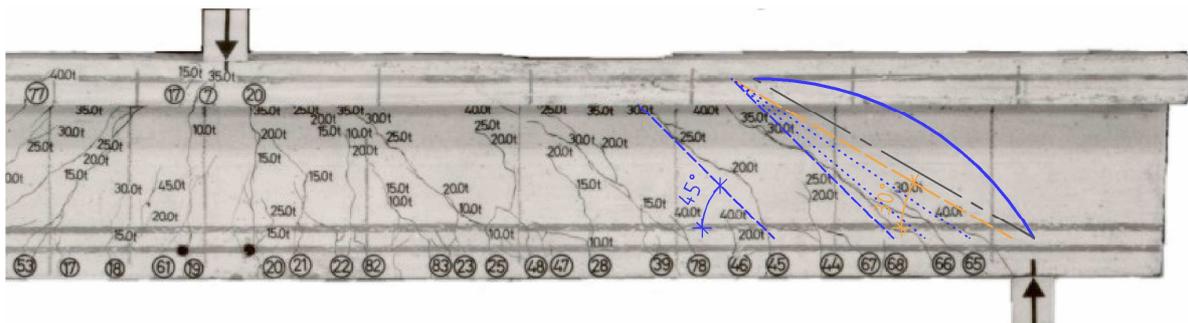


Bild A.3.58: Rissbild der rechten Seite des Balkens HQ 2 aus [5.1]

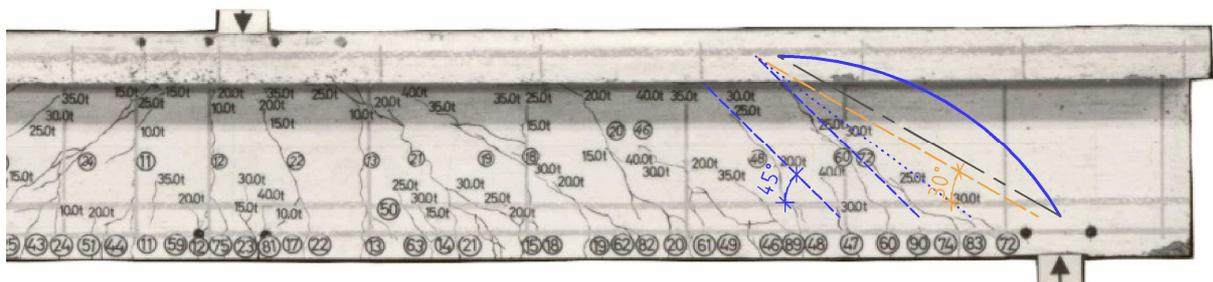


Bild A.3.59: Rissbild der rechten Seite des Balkens HS 2 aus [5.1]

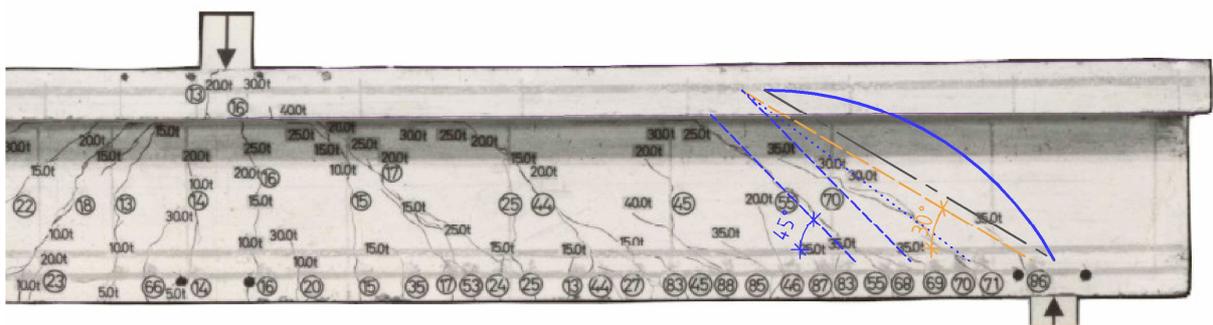


Bild A.3.60: Rissbild der rechten Seite des Balkens HS 3 aus [5.1]

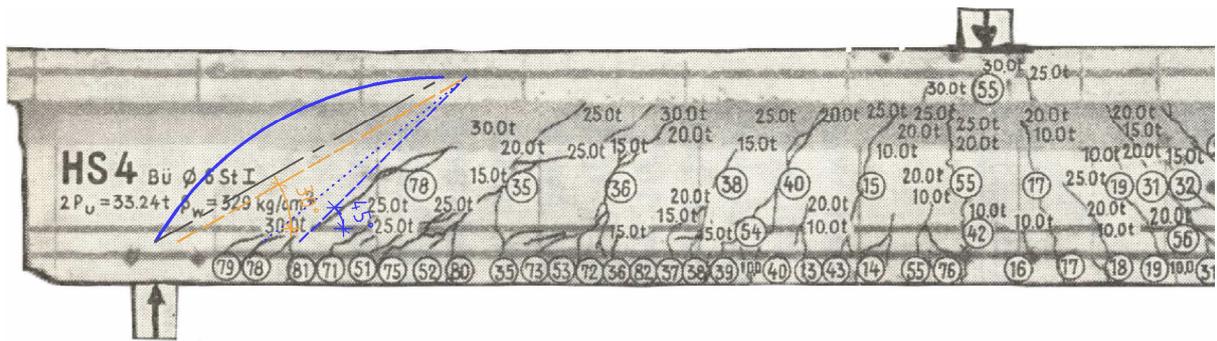


Bild A.3.61: Rissbild der linken Seite des Balkens HS 4 aus [5.1]

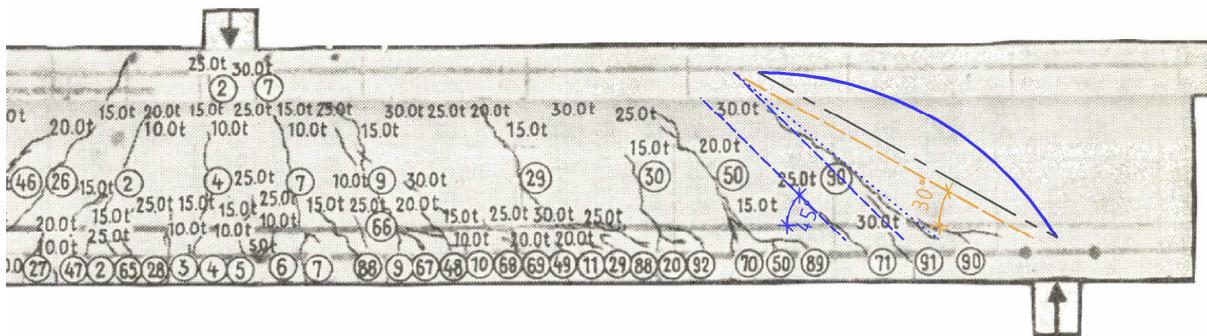


Bild A.3.62: Rissbild der rechten Seite des Balkens HS 4 aus [5.1]

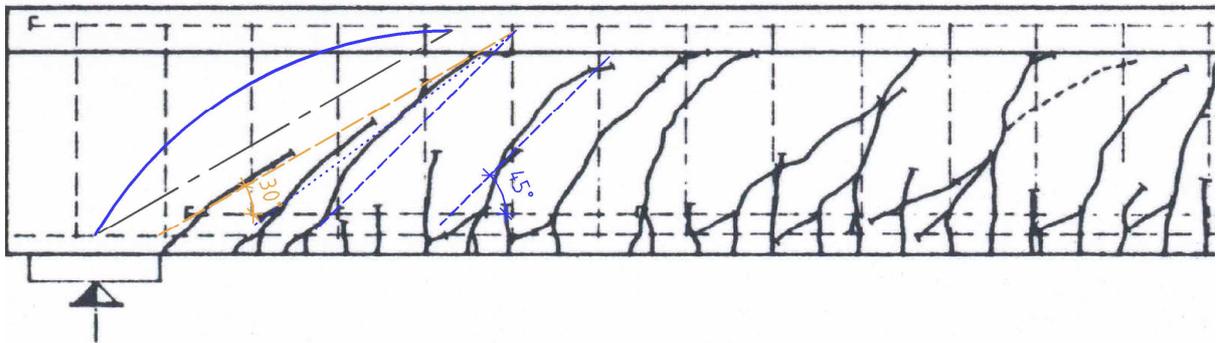


Bild A.3.63: Rissbild der linken Seite des Balkens 66-1 aus [A.3.1]

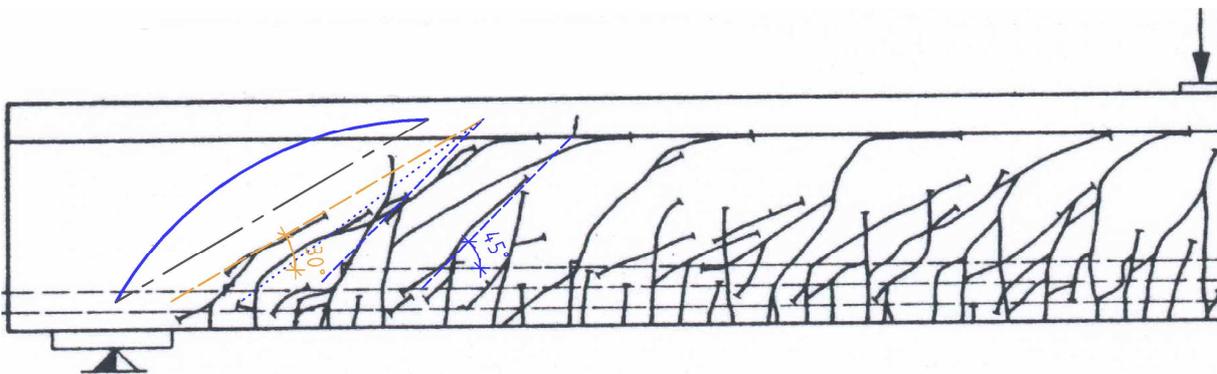
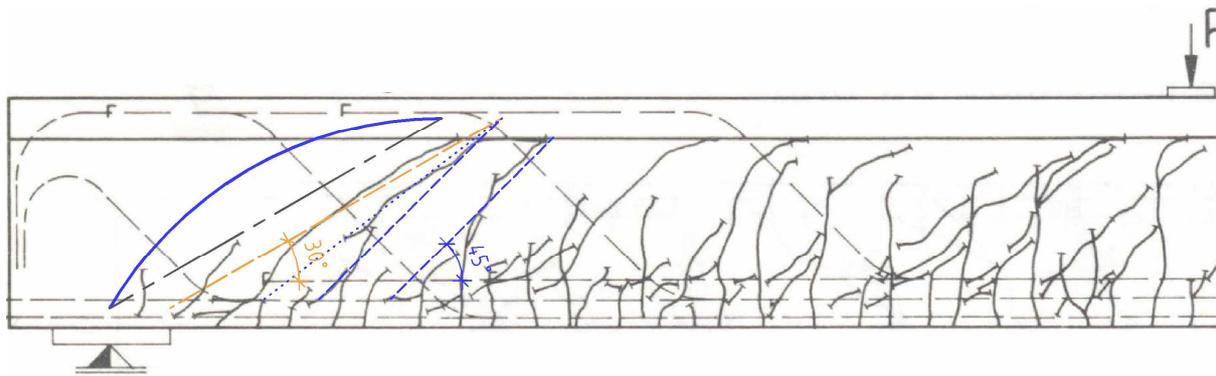


Bild A.3.64: Rissbild der linken Seite des Balkens 66-2 aus [A.3.1]



*Bild* A.3.65: Rissbild der linken Seite des Balkens 66-3 aus [A.3.1]



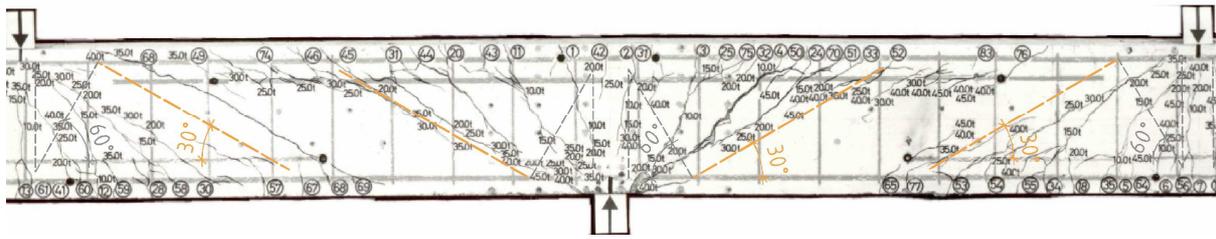


Bild A.4.6: Rissbild mittlerer Bereich des Balkens HL 3 aus [5.1]

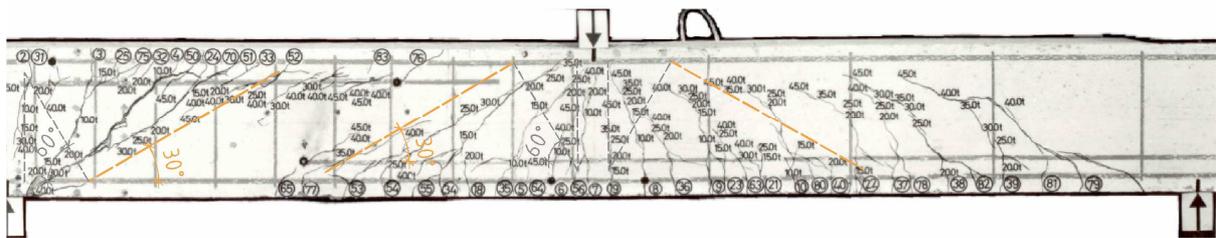


Bild A.4.7: Rissbild der rechten Seite des Balkens HL 3 aus [5.1]

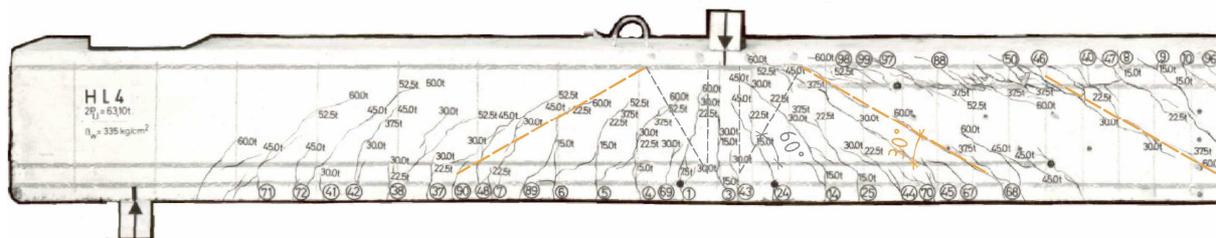


Bild A.4.8: Rissbild der linken Seite des Balkens HL 4 aus [5.1]

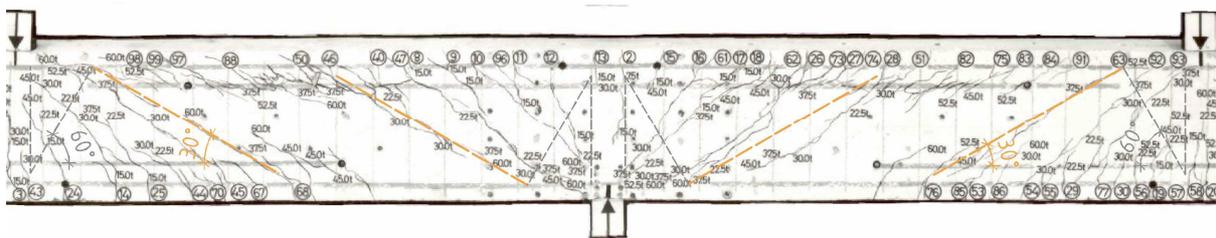


Bild A.4.9: Rissbild mittlerer Bereich des Balkens HL 4 aus [5.1]

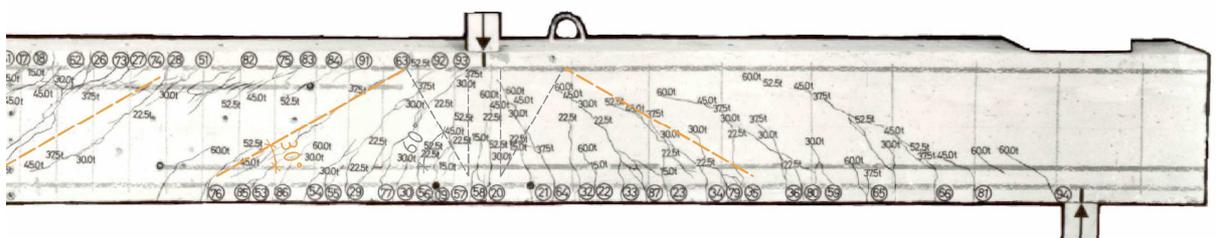


Bild A.4.10: Rissbild der rechten Seite des Balkens HL 4 aus [5.1]

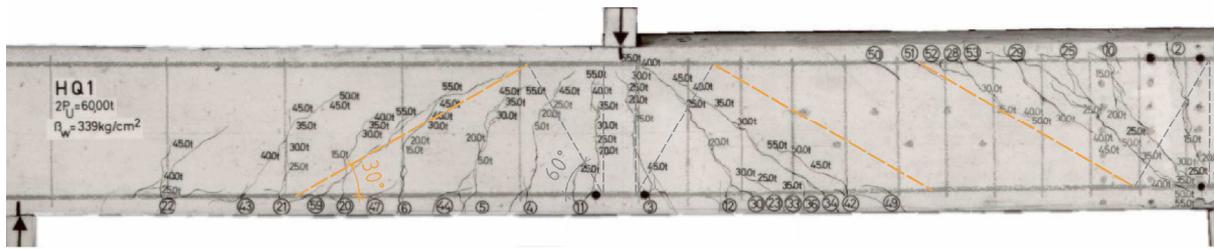


Bild A.4.11: Rissbild der linken Seite des Balkens HQ 1 aus [5.1]

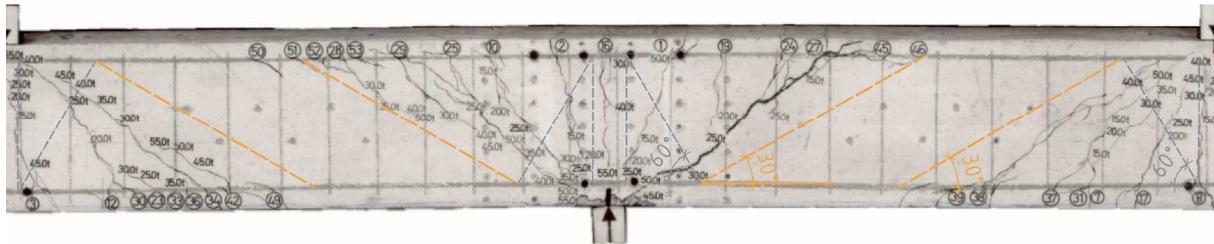


Bild A.4.12: Rissbild mittlerer Bereich des Balkens HQ 1 aus [5.1]

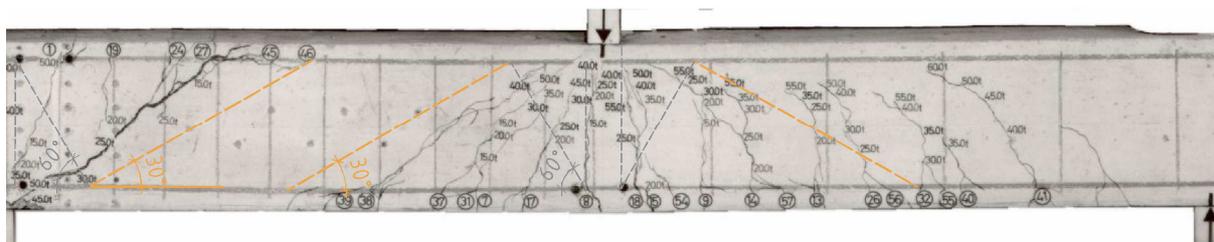


Bild A.4.13: Rissbild der rechten Seite des Balkens HQ 1 aus [5.1]

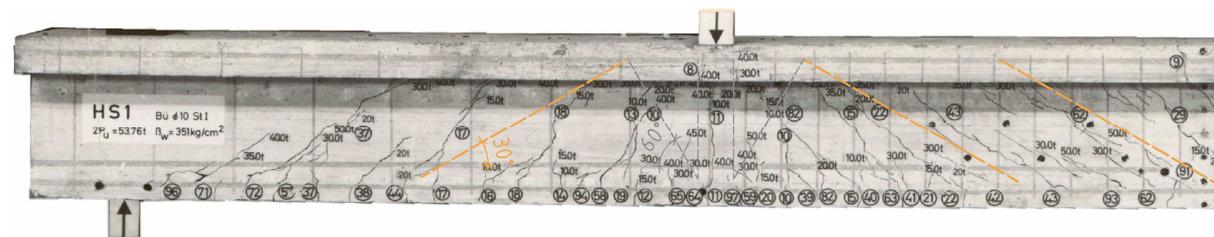


Bild A.4.14: Rissbild der linken Seite des Balkens HS 1 aus [5.1]

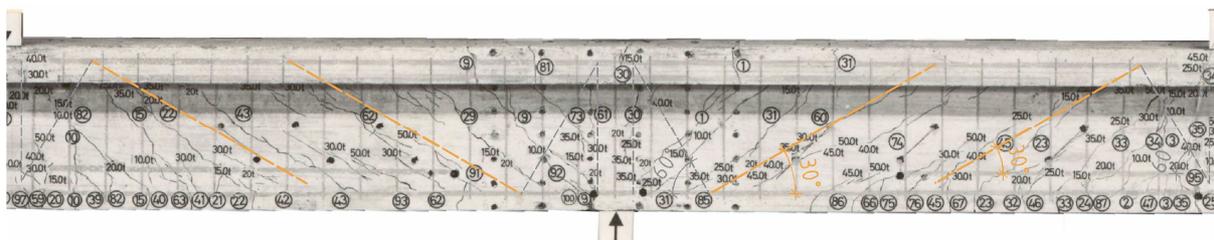


Bild A.4.15: Rissbild mittlerer Bereich des Balkens HS 1 aus [5.1]

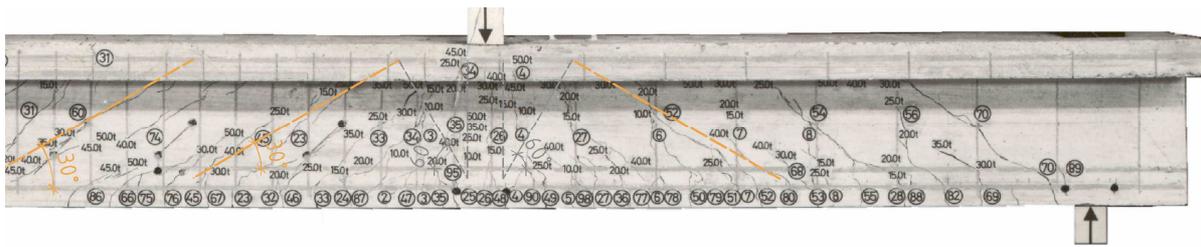


Bild A.4.16: Rissbild der rechten Seite des Balkens HS 1 aus [5.1]

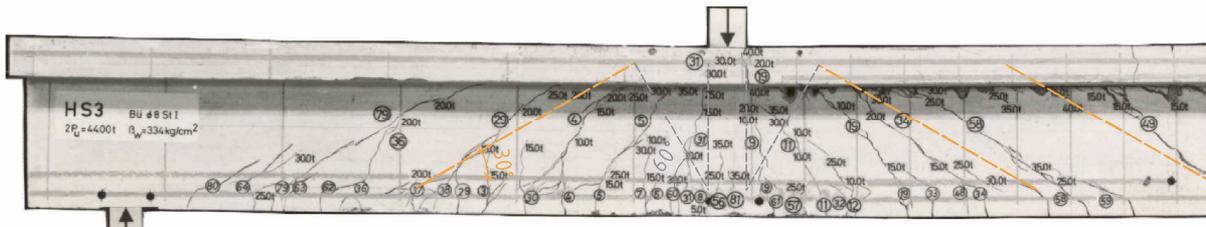


Bild A.4.17: Rissbild der linken Seite des Balkens HS 3 aus [5.1]

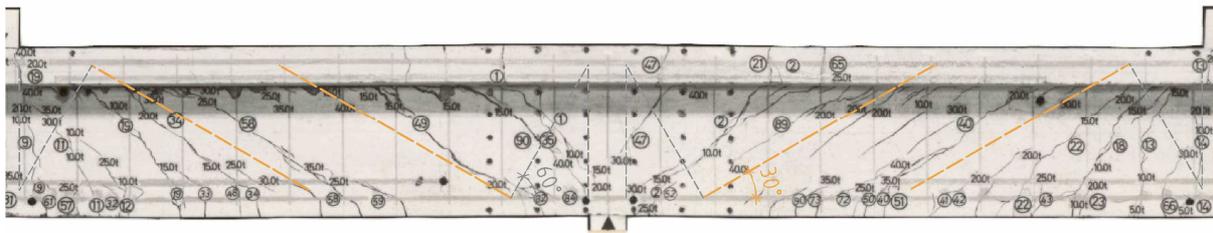


Bild A.4.18: Rissbild mittlerer Bereich des Balkens HS 3 aus [5.1]

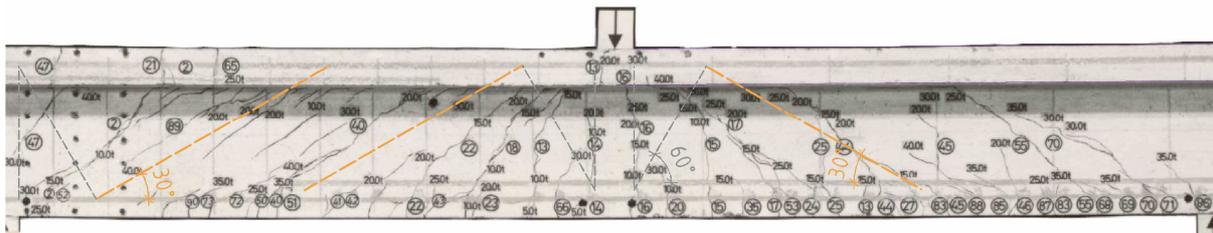


Bild A.4.19: Rissbild der rechten Seite des Balkens HS 3 aus [5.1]

## A.5 BEISPIELE FÜR RISSVERLÄUFE BEI INNEN LIEGENDEN INDIREKTEN LAGERUNGEN

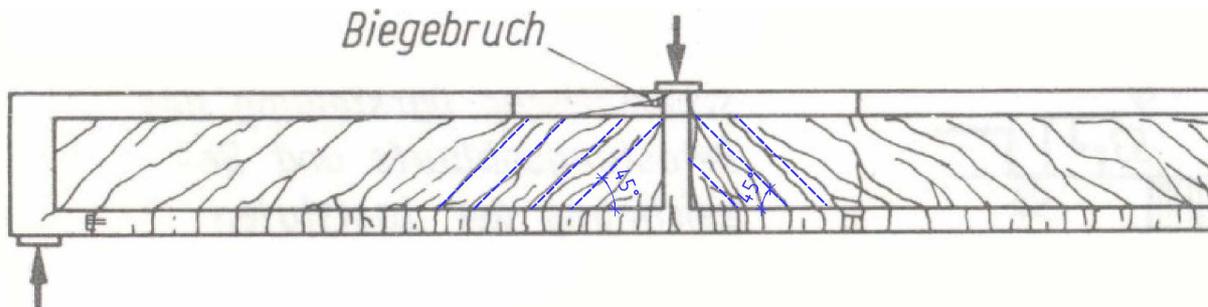


Bild A.5.1: Rissbild der linken Seite des Balkens 69-1 aus [3.1]

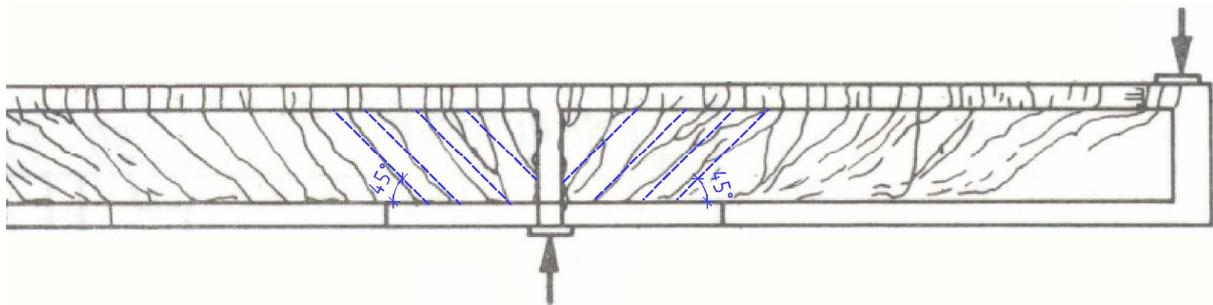


Bild A.5.2: Rissbild der rechten Seite des Balkens 69-1 aus [3.1]

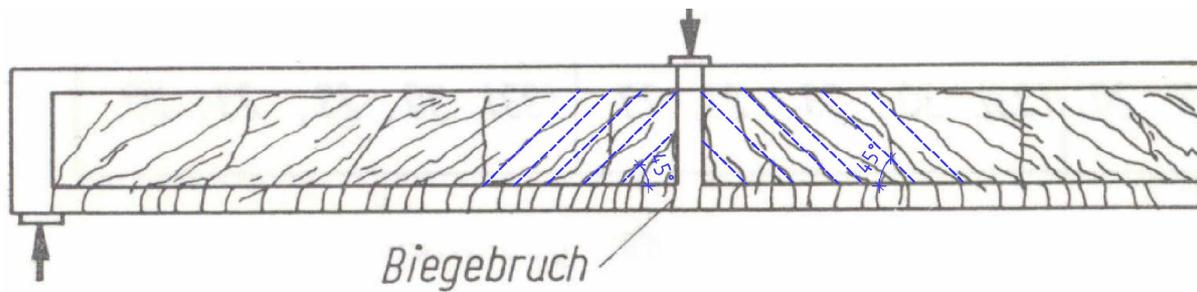


Bild A.5.3: Rissbild der linken Seite des Balkens 69-2 aus [3.1]

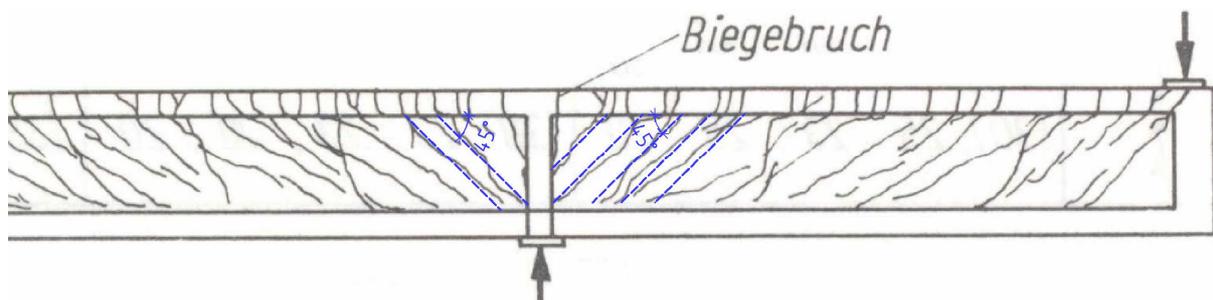


Bild A.5.4: Rissbild der rechten Seite des Balkens 69-2 aus [3.1]

## A.6 BEISPIELE FÜR RISSVERLÄUFE BEI MOMENTENNULLPUNKTEN

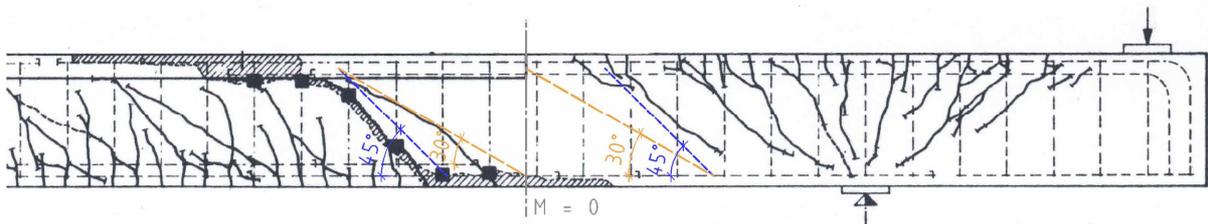


Bild A.6.1: Rissbild der rechten Seite des Balkens 66-1 aus [3.1]

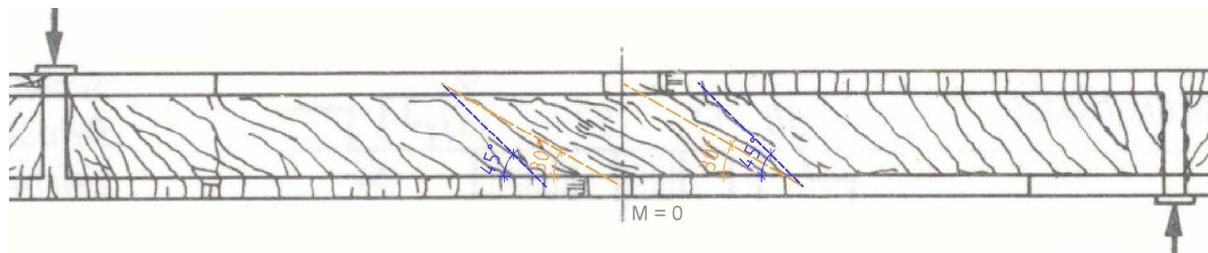


Bild A.6.2: Rissbild der linken Seite des Balkens 69-1 aus [3.1]

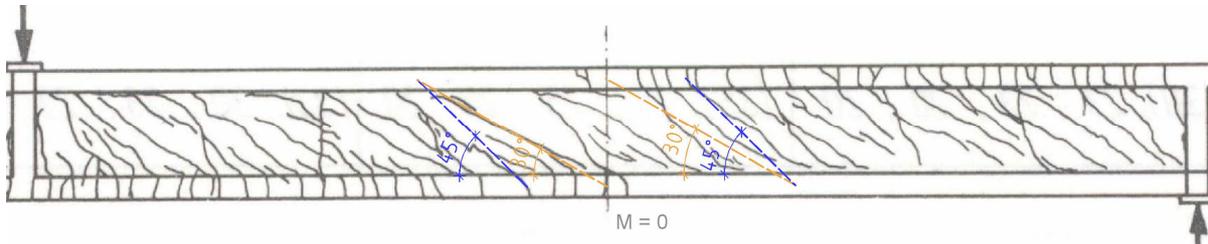


Bild A.6.3: Rissbild der linken Seite des Balkens 69-2 aus [3.1]

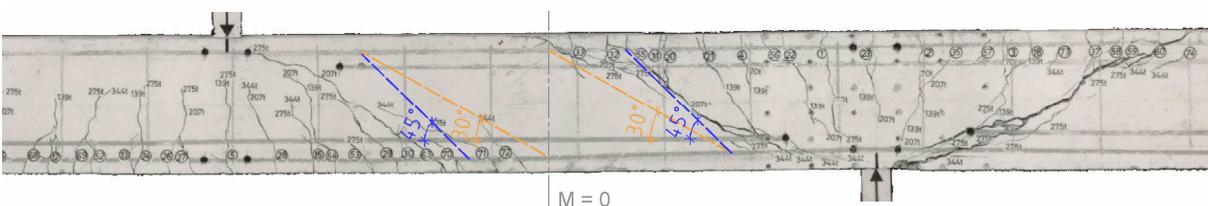


Bild A.6.4: Rissbild der linken Seite des Balkens HH 5 aus [5.1]

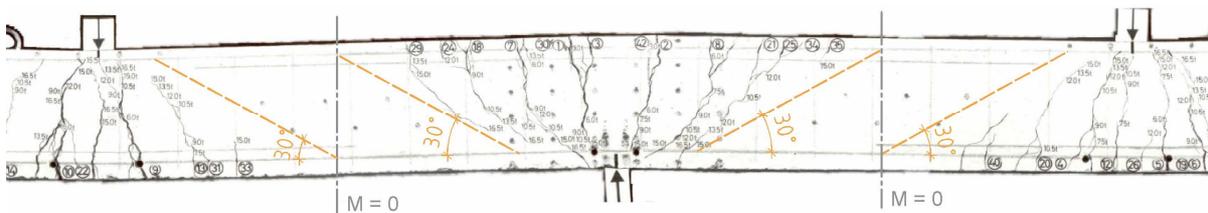


Bild A.6.5: Rissbild der linken Seite des Balkens HL 1 aus [5.1]

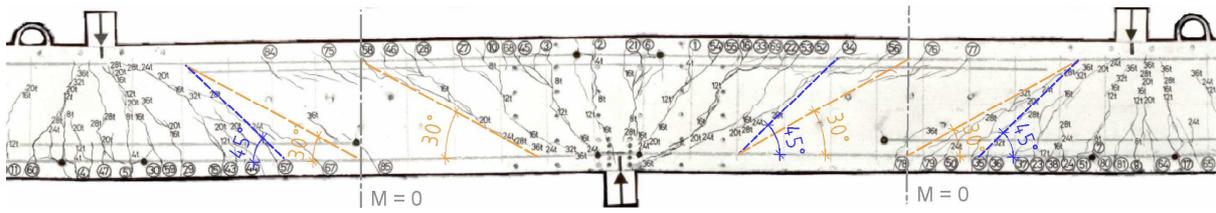


Bild A.6.6: Rissbild der linken Seite des Balkens HL 2 aus [5.1]

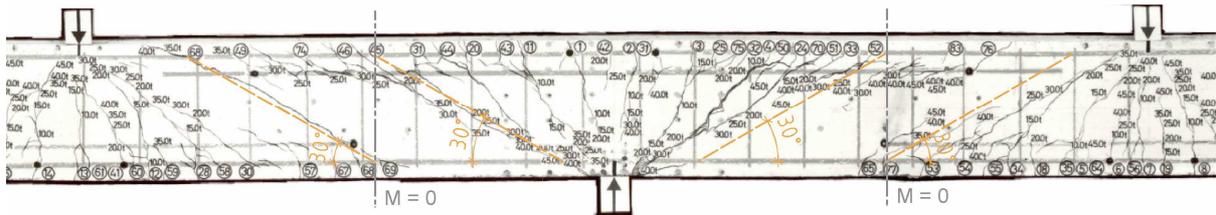


Bild A.6.7: Rissbild der linken Seite des Balkens HL 3 aus [5.1]

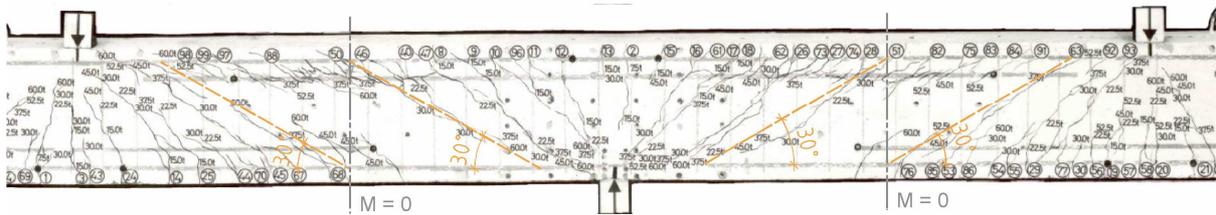


Bild A.6.8: Rissbild der linken Seite des Balkens HL 4 aus [5.1]

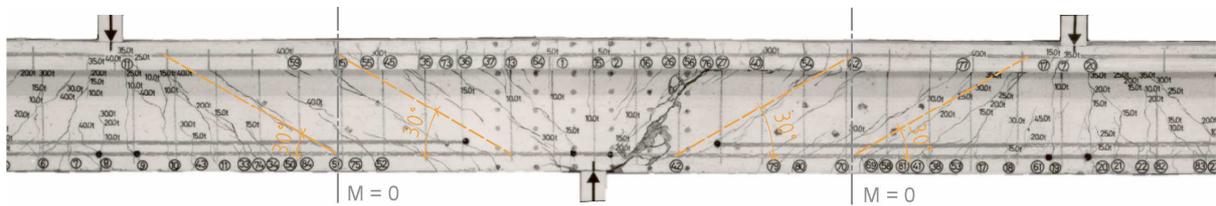


Bild A.6.9: Rissbild der linken Seite des Balkens HQ 2 aus [5.1]

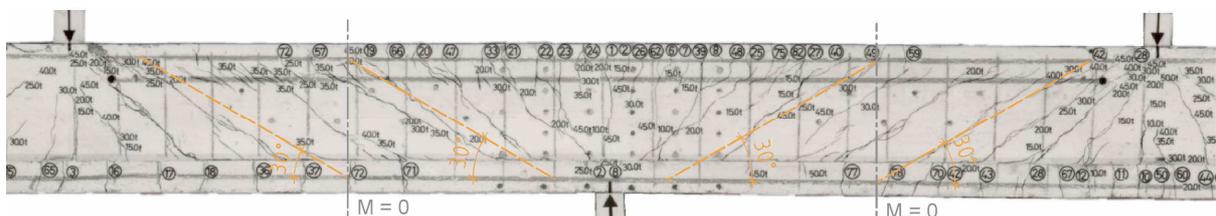


Bild A.6.10: Rissbild der linken Seite des Balkens HQ 3 aus [5.1]

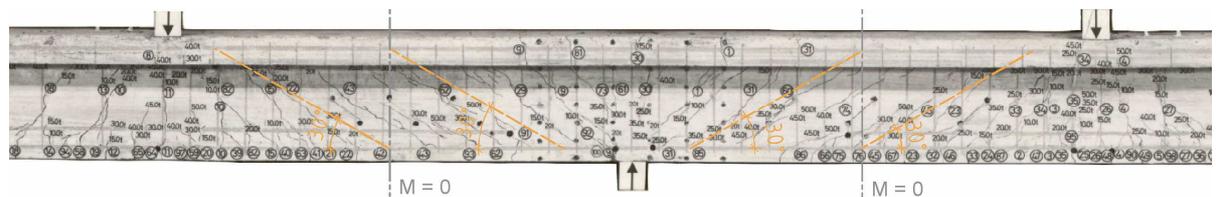


Bild A.6.11: Rissbild der linken Seite des Balkens HS 1 aus [5.1]

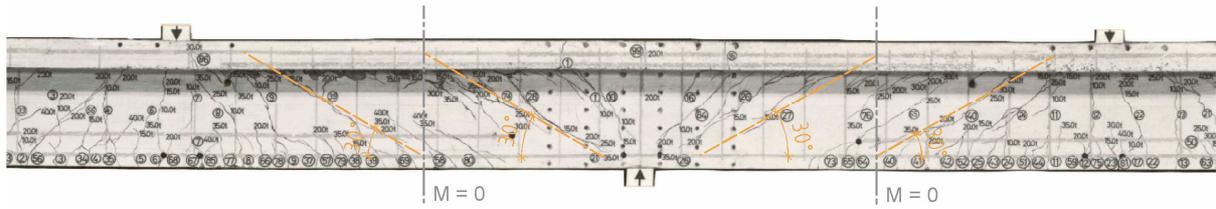


Bild A.6.12: Rissbild der linken Seite des Balkens HS 2 aus [5.1]

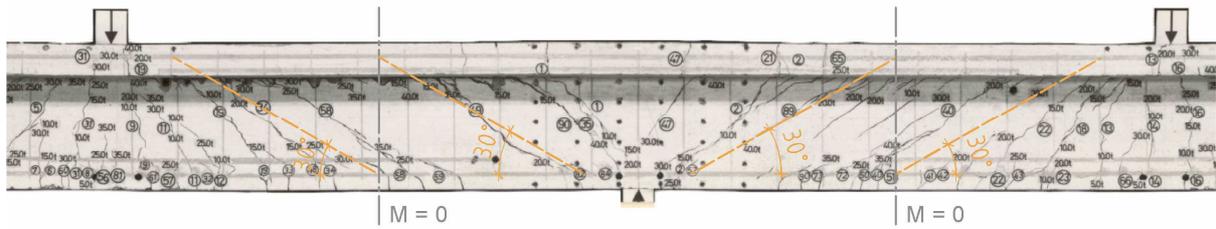


Bild A.6.13: Rissbild der linken Seite des Balkens HS 3 aus [5.1]

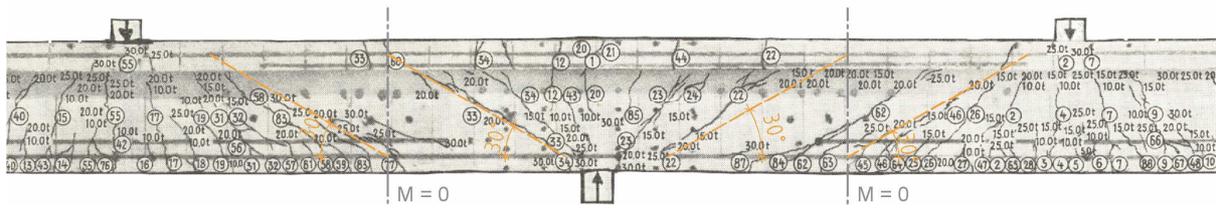


Bild A.6.14: Rissbild der linken Seite des Balkens HS 4 aus [5.1]

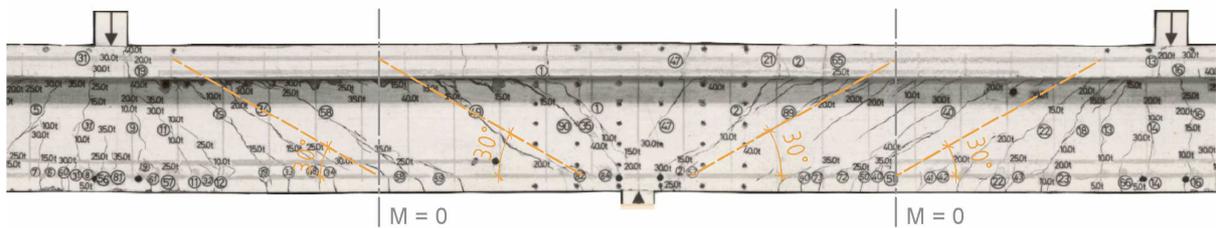


Bild A.6.15: Rissbild der linken Seite des Balkens HS 5 aus [5.1]

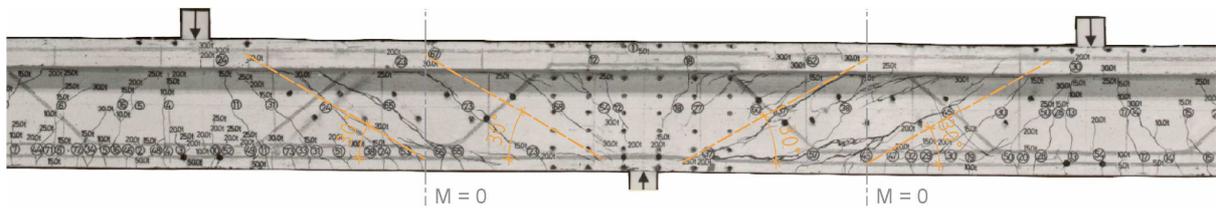


Bild A.6.16: Rissbild der linken Seite des Balkens HS 6 aus [5.1]

## I M P R E S S U M

Hochschule Augsburg  
 Kompetenzzentrum Konstruktiver Ingenieurbau  
 Abteilung Massivbau  
 Postfach 11 06 05  
 86 031 A u g s b u r g

www.kki-augsburg.de  
 Prof.Rojek@kki-augsburg.de

### Projektleiter:

#### Prof. Dr.-Ing. Richard Rojek



- 1944 Geboren in Wurzing (Österreich).
- 1970 Abschluss des Bauingenieurstudiums an der TU Stuttgart.
- 1970 - 85 Projektleiter im Ingenieurbüro Leonhardt und Andrä in Stuttgart.
- 1984 Nebenberufliche Promotion.
- Seit 1985 Professor für Massivbau an der Fachhochschule Augsburg; freiberufliche Nebentätigkeit, u. a. Forschungsvorhaben.
- Seit 1989 Prüfeningenieur für Baustatik, Fachrichtung Massivbau.
- Seit 2001 Durchführung von Forschungsvorhaben im Rahmen des Kompetenzzentrums Konstruktiver Ingenieurbau.

### Wissenschaftlicher Mitarbeiter:



#### Dipl.-Ing. (FH) Tobias Keller

- 1975 Geboren in Augsburg.
- 2001 Abschluss des Bauingenieurstudiums an der Fachhochschule Augsburg.
- 2001 - 02 Mitarbeiter der Ingenieurgesellschaft Rojek + Kollegen, Augsburg.
- 2002 - 08 Wissenschaftlicher Mitarbeiter des Kompetenzzentrums Konstruktiver Ingenieurbau.